Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. K. Ritter
Dr. M. Geißert
Dr. H. Heck

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SS 2006
20.04.2006

0. Übungsblatt zur Mathematik II für BI, MaWi, WI(BI), AngGeo und VI

Aufgabe/Wiederholung zu Reihen

Die folgenden beiden Reihen sind den Beispielen im Kapitel 19 des Arbeitsbuches (siehe Literaturhinweise zur Vorlesung) entnommen. Zeigen Sie mit Hilfe des Quotientenkriteriums, dass diese Reihen konvergieren.

$$a) \quad \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(k!)^2}{(2k)!} \qquad\qquad b) \quad \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{4}{k}\right)^k$$

Aufgabe zum Einstimmen auf Potenzreihen

Eine Potenzreihe $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ habe den Konvergenzradius $\rho > 0$. Dann hat die Potenzreihe $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n a_n}{3} x^{2n}$ den Konvergenzradius

$$(a) \quad 4\rho \qquad\quad (b) \quad \frac{4}{3}\rho \qquad\quad (c) \quad \sqrt{2\rho} \qquad\quad (d) \quad \frac{1}{2}\sqrt{\rho}$$

Hausübung

Aufgabe H1

Bestimmen Sie den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen.

$$a) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2}(1+(-1)^n)x^n \qquad\quad b) \quad \sum_{n=0}^{\infty} n^5 x^n \qquad\quad c) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n x^{2n}$$

Aufgabe H2

Gegeben seien die Reihen $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^n}$ und $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(-1)^n}{2^n} x^n$.

(a) Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergieren diese Reihen? Liegt auch absolute Konvergenz vor?

(b) Bestimmen Sie das Cauchy-Produkt der Reihen.
Hinweis: Nummerieren Sie die Reihen so um, dass der Laufindex bei 0 beginnt.