Mathematik II für BI, WI/BI, MaWi, AngGeo und VI Darmstadt, SS 2006

Formelsammlung zur Scheinklausur II

- Für die Abbildungsmatrix B einer linearen Abbildung $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ bzgl. $\mathcal{V} \in \mathbb{R}^{n,n}$ und $\mathcal{W} \in \mathbb{R}^{m,m}$ gilt

$$f(v) = \mathcal{W} \cdot B \cdot \mathcal{V}^{-1} v, \qquad v \in \mathbb{R}^n.$$

- Für $x, y \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ gilt

$$\measuredangle(x,y) = \arccos\left(\frac{\langle x, y\rangle}{\|x\|\|y\|}\right).$$

Formelsammlung zur Scheinklausur I

- *Bernoulli-Ungleichung*: Für $x \in [-1, \infty[$ und $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$(1+x)^n \geq 1 + n \cdot x.$$

- *Drehung der Ebene um Winkel* $\alpha \in \mathbb{R}$: Für den durch Drehung aus (x_0, y_0) entstandenen Punkt (x_0', y_0') gilt

$$\begin{aligned} x_0' &= x_0 \cdot \cos\alpha - y_0 \sin\alpha, \\ y_0' &= x_0 \cdot \sin\alpha + y_0 \cos\alpha. \end{aligned}$$

- *Additionstheoreme*: Für $x, y \in \mathbb{R}$ gelten

$$\begin{aligned} \cos(x+y) &= \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y, \\ \sin(x+y) &= \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y \end{aligned}$$

sowie

$$\begin{aligned} \cos x + \cos y &= 2 \cdot \cos\frac{x+y}{2} \cdot \cos\frac{x-y}{2}, \\ \sin x + \sin y &= 2 \cdot \sin\frac{x+y}{2} \cdot \cos\frac{x-y}{2}. \end{aligned}$$

- *Hornerschema*: Seien $a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ und $f(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k x^k$ ein Polynom. Für $x_0 \in \mathbb{R}$ berechnet man $f(x_0)$ nach folgendem Schema:

$$
\begin{array}{r|cccccc}
 & a_n & a_{n-1} & a_{n-2} & \dots & a_1 & a_0 \\
 & - & x_0 b_{n-1} & x_0 b_{n-2} & \dots & x_0 b_1 & x_0 b_0 \\
\hline
x_0: & b_{n-1} & b_{n-2} & b_{n-3} & \dots & b_0 & \boxed{f(x_0)}
\end{array}
$$

- Auf den jeweiligen Definitionsbereichen gilt

$$
\begin{aligned}
\sin'(x) &= \cos(x) & \arcsin'(x) &= \tfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} \\
\cos'(x) &= -\sin(x) & \arccos'(x) &= -\tfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} \\
\tan'(x) &= \tfrac{1}{(\cos(x))^2} & \arctan'(x) &= \tfrac{1}{1+x^2} \\
\cot'(x) &= -\tfrac{1}{(\sin(x))^2} & \operatorname{arccot}'(x) &= -\tfrac{1}{1+x^2} \\
\ln'(x) &= \tfrac{1}{x}
\end{aligned}
$$

- Für $a \in]0, \infty[$, $x \in \mathbb{R}$ und $y \in]0, \infty[$ gelten

$$a^x = \exp(x \ln a)$$

und

$$\log_a y = \frac{\ln(y)}{\ln(a)}.$$

- *Integrationsregeln*: Unter geeigneten Voraussetzungen gilt

$$\int_a^b f(g(x))g'(x)\ \mathrm{d}x = \int_{g(a)}^{g(b)} f(u)\ \mathrm{d}u.$$

und

$$\int_a^b f(x)g'(x)\ \mathrm{d}x = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)\ \mathrm{d}x.$$