# Formelsammlung

Mathematik Teil 1 für BI, WI/BI, MaWi, AngGeo,
Mathematik I/II für BSc. BI
21. September 2006

- *Bernoulli-Ungleichung*: Für $x \in [-1, \infty[$ und $n \in \mathbb{N}$ gilt
$$(1+x)^n \geq 1 + n \cdot x.$$

- *Drehung der Ebene um Winkel* $\alpha \in \mathbb{R}$: Für den durch Drehung aus $(x_0, y_0)$ entstandenen Punkt $(x_0', y_0')$ gilt
$$\begin{aligned} x_0' &= x_0 \cdot \cos\alpha - y_0 \sin\alpha, \\ y_0' &= x_0 \cdot \sin\alpha + y_0 \cos\alpha. \end{aligned}$$

- *Additionstheoreme*: Für $x, y \in \mathbb{R}$ gelten
$$\begin{aligned} \cos(x+y) &= \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y, \\ \sin(x+y) &= \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y \end{aligned}$$
sowie
$$\begin{aligned} \cos x + \cos y &= 2 \cdot \cos\frac{x+y}{2} \cdot \cos\frac{x-y}{2}, \\ \sin x + \sin y &= 2 \cdot \sin\frac{x+y}{2} \cdot \cos\frac{x-y}{2}. \end{aligned}$$

- *Hornerschema*: Seien $a_1, \ldots, a_n \in \mathbb{R}$ und $f(x) = \sum_{k=0}^n a_k x^k$ ein Polynom. Für $x_0 \in \mathbb{R}$ berechnet man $f(x_0)$ nach folgendem Schema:
$$\begin{array}{cccccccc} & a_n & a_{n-1} & a_{n-2} & \ldots & a_1 & a_0 \\ & - & x_0 b_{n-1} & x_0 b_{n-2} & \ldots & x_0 b_1 & x_0 b_0 \\ \hline x_0 : & b_{n-1} & b_{n-2} & b_{n-3} & \ldots & b_0 & \boxed{f(x_0)} \end{array}$$

- Auf den jeweiligen Definitionsbereichen gilt
$$\begin{array}{rclrcl} \sin'(x) &=& \cos(x) & \arcsin'(x) &=& \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \\ \cos'(x) &=& -\sin(x) & \arccos'(x) &=& -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \\ \tan'(x) &=& \frac{1}{(\cos(x))^2} & \arctan'(x) &=& \frac{1}{1+x^2} \\ \cot'(x) &=& -\frac{1}{(\sin(x))^2} & \text{arccot}'(x) &=& -\frac{1}{1+x^2} \\ \ln'(x) &=& \frac{1}{x} & & & \end{array}$$

- Für $a \in ]0,\infty[$, $x \in \mathbb{R}$ und $y \in ]0,\infty[$ gelten

$$a^x = \exp(x \ln a)$$

und

$$\log_a y = \frac{\ln(y)}{\ln(a)}.$$

- *Integrationsregeln*: Unter geeigneten Voraussetzungen gilt

$$\int_a^b f(g(x))g'(x)\ \mathrm{d}x = \int_{g(a)}^{g(b)} f(u)\ \mathrm{d}u.$$

und

$$\int_a^b f(x)g'(x)\ \mathrm{d}x = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)\ \mathrm{d}x.$$

- *Integralrestglied für Taylorpolynom*

$$\frac{1}{n!}\int_{x_0}^{x} (x-t)^n f^{(n+1)}(t)\ dt.$$

- Für die Abbildungsmatrix $B$ einer linearen Abbildung $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ bzgl. $\mathcal{V} \in \mathbb{R}^{n,n}$ und $\mathcal{W} \in \mathbb{R}^{m,m}$ gilt

$$f(v) = \mathcal{W} \cdot B \cdot \mathcal{V}^{-1} v, \qquad v \in \mathbb{R}^n.$$

- Für $x, y \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ gilt

$$\measuredangle(x,y) = \arccos\left(\frac{\langle x,y\rangle}{\|x\|\|y\|}\right).$$

- *Kugelkoordinaten, Zylinderkoordinaten, Polarkoordinaten.*

$$g_1(r,\phi,\theta) = \begin{pmatrix} r\cos\phi\sin\theta \\ r\sin\phi\sin\theta \\ r\cos\theta \end{pmatrix}, \quad g_2(r,\phi,z) = \begin{pmatrix} r\cos\phi \\ r\sin\phi \\ z \end{pmatrix}, \quad g_3(r,\phi) = \begin{pmatrix} r\cos\phi \\ r\sin\phi \end{pmatrix}.$$