Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Mirjam Dür
Dipl. Math. Stefan Bundfuss

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

SS 2006
23. Juni 2006

5. Übungsblatt zur „Lineare Algebra II für Physiker“

Gruppenübung

Aufgabe G20 (Kurven 2. Ordnung)

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2\sqrt{2} \\ -2\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad c = \frac{1}{3}.$$

Von welchem Kurventyp ist die Lösungsmenge der quadratischen Gleichung

$$x^T Ax + b^T x + c = 0?$$

Skizziere die Lösungsmenge im ursprünglichen Koordinatensystem.

Aufgabe G21 (Flächen 2. Ordnung)

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -2\sqrt{2} \\ 2\sqrt{2} \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad c = \frac{3}{2}.$$

Von welchem Flächentyp ist die Lösungsmenge der quadratischen Gleichung

$$x^T Ax + b^T x + c = 0?$$

Aufgabe G22 (Norm)

Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine reelle symmetrische Matrix, deren Eigenwerte alle echt größer als Null sind.

(a) Zeige, daß die Abbildung

$$N_A : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R} : x \mapsto \sqrt{\langle x, Ax \rangle}$$

eine Norm ist.

(b) Wie sieht der Einheitskreis bezüglich N_A aus?

(c) Warum ist N_A keine Norm, wenn A einen negativen Eigenwert oder Null als Eigenwert besitzt?

Erinnerung: Eine Abbildung $N : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ heißt Norm wenn die folgenden Eigenschaften gelten:

(a) $N(x) \geq 0$ für alle $x \in \mathbb{R}^n$ und $N(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$,

(b) $N(\lambda x) = |\lambda| N(x)$ für alle $\lambda \in \mathbb{R}$ und $x \in \mathbb{R}^n$,

(c) $N(x + y) \leq N(x) + N(y)$ für alle $x, y \in \mathbb{R}^n$.

Tipp: Finde Matrizen T und D, sodaß $A = T^T D^T D T$ gilt.

Hausübung

Aufgabe H19 (Kurven 2. Ordnung) (8 Punkte)

Sei $K = \{(x_1, x_2, x_3)^T \mid x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 0\}$ und $E = \{(x_1, x_2, x_3)^T \mid 2x_1 + x_2 + x_3 = 1\}$. Dann ist K ein Doppelkegel und E eine Ebene. Von welchen Kurventyp ist die Schnittmenge $K \cap E$?

Aufgabe H20 (Flächen 2. Ordnung) (8 Punkte)

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 2 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -2 + 6\sqrt{2} \\ 2 + 6\sqrt{2} \\ -2\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad c = 20.$$

Von welchem Flächentyp ist die Lösungsmenge der quadratischen Gleichung

$$x^T A x + b^T x + c = 0?$$

Klausur

Die Klausur „Lineare Algebra für Ph-BSc“ findet

am Dienstag 25. Juli 2006
von 10.00 - 12.00 Uhr

statt. Es wird der Stoff der Veranstaltungen „Linearen Algebra I für Physiker“ und „Lineare Algebra II für Physiker“ geprüft.

Als Hilfsmittel sind *sämtliche Unterlagen* (Bücher, Skripte, eigene Aufzeichnungen, ...) zugelassen. Es dürfen *keine Taschenrechner* benutzt werden.

Wichtig: Zur Teilnahme an der Klausur ist eine *Anmeldung* beim Zentralen Prüfungssekretariat erforderlich. *Anmeldeschluß* ist der 30. Juni 2006.