



Übung 10

Formale Grundlagen der Informatik II

Aufgabe 1

Wir wollen in dieser Aufgabe auf die „Allgemeinere Resolution“ (Skript 5.3) eingehen. Betrachten Sie die Signatur $S := \{c_1, c_2, c_3, R, S, P\}$, wobei die c_i Konstantensymbole und R, S und P jeweils einstellige Relationssymbole sind.

(a) Zeigen Sie mit Hilfe des verallgemeinerten Resolutionsverfahrens, daß die Satzmenge

$$\Phi := \{\forall x \neg Px, \forall x(Sx \vee Rx), \forall x(\neg Rx \vee Px), \neg Sc_1 \vee \neg Sc_2 \vee \neg Sc_3\}$$

unerfüllbar ist.

(b) Worin liegt der Vorteil dieser allgemeineren Resolution im Gegensatz zur Resolution mit Grundinstanzen?

Aufgabe 2

(a) Zeigen Sie, daß die folgenden Sequenzen ableitbar sind:

(i) $\exists y \forall x Rxy \vdash \forall x \exists y Rxy$

(ii) $\forall x(\varphi \vee \psi) \vdash \forall x\varphi \vee \forall x\psi$, vorausgesetzt, daß $x \notin \text{frei}(\psi)$.

(b) Beweisen Sie die Korrektheit der folgenden Regel:

$$\frac{\Gamma, \varphi(c/x) \vdash \Delta, \psi(c/x)}{\Gamma \vdash \Delta, \forall x(\varphi \rightarrow \psi)} \quad \text{wobei } c \text{ nicht in } \Gamma, \Delta, \varphi, \psi \text{ vorkommt.}$$

(c) Was geht schief, wenn man in den Regeln ($\forall R$) und ($\exists L$) die Bedingung wegläßt, daß die Konstante nirgendwo vorkommt? Finden sie eine ungültige Sequenz, die man mit den liberaleren Regeln ableiten kann.