Fachbereich Mathematik
Martin Otto
Achim Blumensath
Tobias Löw

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Sommersemester 2006
21. Juni 2006

Formale Grundlagen der Informatik II

Neuntes Übungsblatt

Präsenzübungen

(P 1) Anwendung von Kompaktheit

Gegeben sei eine zweistellige Relation $\sim$ und die Aussage

$$\varphi \equiv \forall x\, x \sim x \;\wedge\; \forall x \forall y (x \sim y \rightarrow y \sim x) \;\wedge\; \forall x \forall y \forall z ((x \sim y \wedge y \sim z) \rightarrow x \sim z)$$

die besagt, dass $\sim$ eine Äquivalenzrelation ist.

(a) Erweitern Sie $\{\varphi\}$ zu einer Satzmenge, die besagt, dass $\sim$ unendlich viele Äquivalenzklassen hat.

(b) Argumentieren Sie (mit dem Kompaktheitssatz), dass es keine Satzmenge gibt, die besagt, dass $\sim$ endlich viele Äquivalenzklassen hat.

(c) Schließen Sie aus (b), dass es keinen *einzelnen* Satz gibt, der besagt, dass $\sim$ unendlich viele Äquivalenzklassen hat.

(P 2) Prädikatenlogische Resolution

Betrachten Sie die Signatur $S = \{c, f, P\}$, wobei P ein einstelliges Relationssymbol, c ein Konstantensymbol und f ein einstelliges Funktionssymbol ist.

(a) Zeigen Sie mittels GI-Resolution, dass für jedes $n \in \mathbb{N}$ die Aussage

$$(Pc \wedge \forall x(Px \rightarrow Pfx)) \rightarrow Pf^n c$$

gilt. (Wie immer steht $f^n c$ für die n-malige Anwendung von f auf c; $f^0 c := c$)

(b) Zeigen Sie, dass die Aussage

$$(Pc \wedge \forall x(Px \rightarrow Pfx)) \rightarrow \forall x Px$$

nicht allgemeingültig ist, d. h. geben Sie ein Modell an, in dem die Aussage nicht gilt.