**Fachbereich Mathematik**
Martin Otto
Achim Blumensath
Tobias Löw

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Sommersemester 2006
17. Mai 2005

# Formale Grundlagen der Informatik II

Fünftes Übungsblatt

## Präsenzübungen

### (P 1)

Finden Sie mittels Beweissuche im Sequenzenkalkül $\mathcal{SK}$ für folgende Formeln bzw. Sequenzen entweder eine Herleitung oder eine nicht-erfüllende Belegung.

(a) $(p \land q) \lor \neg(q \lor r) \lor r \lor \neg p$

(b) $p, q \lor r \vdash (p \land q) \lor (p \land r)$

(c) $\neg(\neg(p \land q) \land r) \lor (q \land r)$

Beweisen Sie die Allgemeingültigkeit der Formel in (a) auch mittels Resolution.

### (P 2)

Eine endliche Formelmenge $\Gamma$ heißt *konsistent* falls $\Gamma \vdash \emptyset$ *nicht* ableitbar ist.

(a) Zeigen Sie in $\mathcal{SK}^+$, dass für alle $\Gamma$ und $\varphi$ stets gilt:

$$\Gamma \text{ konsistent} \quad \Rightarrow \quad \Gamma, \varphi \text{ konsistent oder } \Gamma, \neg\varphi \text{ konsistent}$$

(b) Warum arbeitet man bei (a) lieber in $\mathcal{SK}^+$ als in $\mathcal{SK}$?

### (P 3)

Sei $S$ eine endliche Menge von Signalen (von Prozessen in einem Netzwerk). Darunter sind autonome Taktgeber, die in jedem Schritt ein Signal senden. Andere senden genau dann wenn sie im vorangehenden Schritt von bestimmten Prozessen ein Signal empfangen haben.

Zu jedem $s \in S$ sei diese Abhängigkeit beschrieben durch die Menge $I(s) \subseteq S$: $s$ sendet im nächsten Schritt falls alle Signale in $I(s)$ im aktuelle Schritt senden.

(a) Beschreiben Sie obiges Problem mittels Hornklauseln über den Variablen $p_{s,t}$ mit $s \in S$ und $t \in \mathbb{N}$.
($s$ sendet in Schritt $t$ gdw. $p_{s,t}$ wahr in der minimalen Interpretation)

(b) Zeigen Sie, dass für die minimale Belegung der Hornklauseln in (a) gilt

$$p_{s,t} \mapsto 1 \quad \text{impliziert} \quad p_{s,t+1} \mapsto 1\,.$$

(c) Charakterisieren Sie, welche Signale nie senden.