Fachbereich Mathematik
Martin Otto
Achim Blumensath
Tobias Löw

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Sommersemester 2006
19. April 2006

Formale Grundlagen der Informatik II

Erstes Übungsblatt

Präsenzübungen

(P 1)

Gegeben sei die Interpretation $\mathfrak{I}$ mit

$$\mathfrak{I}(p) = 0, \quad \mathfrak{I}(q) = 1, \quad \mathfrak{I}(r) = 1\,.$$

Geben Sie für jede der folgenden Formeln an, ob sie durch $\mathfrak{I}$ erfüllt werden.

$$\varphi_1 := ((\neg r \vee \neg p) \rightarrow (q \wedge (\neg r \wedge p)))$$
$$\varphi_2 := \neg(p \wedge q) \rightarrow (\neg r \vee (\neg q \wedge \neg p)))$$
$$\varphi_3 := \neg(((q \wedge \neg p) \leftrightarrow \neg r) \vee (\neg r \vee p))$$

(P 2)

Weisen Sie die folgenden Äquivalenzen und Folgerungsbeziehungen nach:

(a) $\neg(\varphi \vee \psi) \equiv \neg\varphi \wedge \neg\psi$

(b) $\{\neg\varphi, \psi \rightarrow \varphi\} \models \neg\psi$

(c) $(\varphi \wedge \psi) \vee \chi \equiv (\varphi \vee \chi) \wedge (\psi \vee \chi)$

(P 3)

Beweisen Sie per Induktion über den Formelaufbau, dass es zu jeder aussagenlogischen Formel φ jeweils eine äquivalente Formel φ' gibt, sodass

(a) φ' nur die Junktoren $\neg$ und $\wedge$ und keine Konstanten enthält. (Welche Eigenschaft muss hierfür die Variablenmenge haben?)

(b) φ' nur den Junktor $\rightarrow$ und die Konstante 0 enthält. (Wir fassen hier den Junktor $\rightarrow$ nicht als Abkürzung auf.)