

Übungsblatt 10 zur Vorlesung Darstellungstheorie

Prof. Dr. J. Bruinier
Markus Schupp



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Wintersemester 2008/2009
19.01.2009

Aufgabe 1 stetige Homomorphismen

- Zeigen Sie, dass ein stetiger Homomorphismus $\chi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}^*$ von der Form $\chi(t) = e^{\alpha t}$ ist für ein geeignetes α .
- Geben Sie ein Beispiel für einen unstetigen Homomorphismus an, der nicht von der obigen Form ist.

Aufgabe 2 Quotienten von Hilberträumen

Sei V ein Hilbertraum und V_1 ein abgeschlossener Untervektorraum. Zeigen Sie, dass V/V_1 in natürlicher Weise ein Hilbertraum ist.

Aufgabe 3 nicht abgeschlossene Untervektorräume von Hilberträumen

Geben Sie ein Beispiel für einen Hilbertraum und einen nicht abgeschlossenen Untervektorraum an.

Aufgabe 4 Tensorprodukt von Hilberträumen

Seien $(H, \langle \cdot | \cdot \rangle)$ und $(H', \langle \cdot | \cdot \rangle')$ Hilberträume.

- Zeigen Sie, dass folgendermaßen ein Skalarprodukt auf $H \otimes H'$ definiert wird:

$$\langle v \otimes v', w \otimes w' \rangle := \langle v, w \rangle \langle v', w' \rangle \quad \text{für } v, w \in H \text{ und } v', w' \in H'.$$

- Zeigen Sie, dass $H \otimes H'$ vollständig ist, falls H endlichdimensional ist.
- Geben Sie ein Beispiel an, in dem $H \otimes H'$ nicht vollständig ist.

Allgemein wird die Vervollständigung von $H \otimes H'$ mit $\widehat{H \otimes H'}$ bezeichnet. Diese ist ein Hilbertraum.