

# Übungsblatt 7 zur Vorlesung Darstellungstheorie

Prof. Dr. J. Bruinier  
Markus Schupp



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Wintersemester 2008/2009  
08.12.2008

---

## Aufgabe 1 Klassenfunktionen

---

Sei  $G$  eine Gruppe und  $K$  ein Körper. Zeigen Sie, dass die Klassenfunktionen  $K_{\text{cl}}[G]$  eine  $K$ -Unteralgebra von  $K[G]$  bilden.

---

## Aufgabe 2 Darstellung auf $\text{Hom}(V, V')$ .

---

Seien  $(\pi, V), (\pi', V')$  Darstellungen von  $G$ . Zeigen Sie, dass dadurch in natürlicher Weise eine Darstellung  $\sigma$  auf  $\text{Hom}(V, V')$  definiert wird.

- Zeigen Sie,  $\text{Hom}(V, V') \cong V^* \otimes V'$ . Geben Sie einen Isomorphismus an.
- Zeigen Sie, dass  $\sigma \sim \pi^* \otimes \pi'$ .
- Beschreiben Sie  $\sigma$  explizit.

---

## Aufgabe 3 Multiplizität

---

Sei  $(\pi, V)$  eine Darstellung von  $G$  und

$$(\pi, V) = (\pi_1, V_1) \oplus \cdots \oplus (\pi_k, V_k)$$

eine Zerlegung in irreduzible Komponenten. Sei  $(\pi', V')$  eine irreduzible Darstellung. Zeigen Sie, dass

$$\text{mult}(\pi', \pi) = \langle \chi_{\pi'}, \chi_{\pi} \rangle.$$

---

## Aufgabe 4 Darstellungen der Gruppe $S_3$

---

Sei  $(\pi, V)$  die zweidimensionale irreduzible Darstellung von  $S_3$ . Bestimmen Sie die Zerlegung von  $\pi^{\otimes n}$  in irreduzible Darstellungen von  $S_3$ .