

Übungsblatt 7 zur Vorlesung Darstellungstheorie

Prof. Dr. J. Bruinier
Markus Schupp



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Wintersemester 2008/2009
08.12.2008

Aufgabe 1 Klassenfunktionen

Sei G eine Gruppe und K ein Körper. Zeigen Sie, dass die Klassenfunktionen $K_{\text{cl}}[G]$ eine K -Unteralgebra von $K[G]$ bilden.

Aufgabe 2 Darstellung auf $\text{Hom}(V, V')$.

Seien $(\pi, V), (\pi', V')$ Darstellungen von G . Zeigen Sie, dass dadurch in natürlicher Weise eine Darstellung σ auf $\text{Hom}(V, V')$ definiert wird.

- Zeigen Sie, $\text{Hom}(V, V') \cong V^* \otimes V'$. Geben Sie einen Isomorphismus an.
- Zeigen Sie, dass $\sigma \sim \pi^* \otimes \pi'$.
- Beschreiben Sie σ explizit.

Aufgabe 3 Multiplizität

Sei (π, V) eine Darstellung von G und

$$(\pi, V) = (\pi_1, V_1) \oplus \cdots \oplus (\pi_k, V_k)$$

eine Zerlegung in irreduzible Komponenten. Sei (π', V') eine irreduzible Darstellung. Zeigen Sie, dass

$$\text{mult}(\pi', \pi) = \langle \chi_{\pi'}, \chi_{\pi} \rangle.$$

Aufgabe 4 Darstellungen der Gruppe S_3

Sei (π, V) die zweidimensionale irreduzible Darstellung von S_3 . Bestimmen Sie die Zerlegung von $\pi^{\otimes n}$ in irreduzible Darstellungen von S_3 .