



Wie löse ich das? – Übung 9

Gruppenübung

G 24 Summationsformel

Ändern Sie Ihre Funktion `[w,c] = SummationFormula(n,alpha)` so ab, dass für `alpha = 'exp'` die Funktion

$$\phi_{exp}(n) = \exp\left(\frac{2}{(1-n)^2} - \frac{1}{2n^2}\right)$$

verwendet wird. (Für `alpha > 1` soll weiterhin ϕ verwendet werden.)

Vergleichen Sie anschließend die Näherungen für $\|A\|$ mit der transformierten Potenzmethode für $n = 2^l$, $l = 1, \dots, 9$ und `alpha = {4, 'exp'}` mit dem exakten Wert.

$$\|A\| \doteq 1.27422415282122818821234063972507809947246945$$

Was lässt sich über die Konvergenzgeschwindigkeit der beiden Varianten aussagen?

Ändern Sie die Summationsreihenfolge in der Matrix-Vektor-Multiplikation ($k = n, \dots, 1$). Was stellen Sie fest?

G 25 Transformation der ζ -Funktion

Transformieren Sie

$$\zeta(4) = \sum_{k=1}^{\infty} k^{-4}$$

in ein reelles Integral, indem Sie Theorem B1 anwenden.

Zeigen Sie

$$\zeta(4) = 16 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{t(1-t^2) \tanh\left(\frac{\pi t}{2}\right)}{(1+t^2)^4} dt.$$

Hinweis: Verwenden Sie den Integrationsweg C mit der Parametrisierung $Z(t) = \frac{1}{2}(1-it)$.