



Wie löse ich das? – Übung 7

Gruppenübung

G 19 Näherung von $\|A_n\|$ mittels Potenzmethode

Programmieren Sie den Algorithmus der Potenzmethode. Verwenden Sie zur Berechnung von $y^{(\nu)} = G_n x^{(\nu-1)}$ folgende Umformulierung der Matrix-Vektor-Multiplikation:

$$y^{(\nu)} = G_n x^{(\nu-1)} = A_n^T A_n x^{(\nu-1)}$$

zwei Schritte: $\tilde{x}^{(\nu)} = A_n x^{(\nu-1)}$, $y^{(\nu)} = A_n^T \tilde{x}^{(\nu)}$.

$$\tilde{x}_j^{(\nu)} = \sum_{k=1}^n a_{jk} x_k^{(\nu-1)} = \sum_{k=1}^n \frac{x_k^{(\nu-1)}}{b_{j+k} - k}, \quad j = 1, \dots, n \quad (1)$$

$$y_k^{(\nu)} = \sum_{j=1}^n a_{jk} \tilde{x}_j^{(\nu)} = \sum_{j=1}^n \frac{\tilde{x}_j^{(\nu)}}{b_{j+k} - k}, \quad k = 1, \dots, n. \quad (2)$$

Überlegen Sie sich ein Abbruchkriterium für:

if $\lambda^{(\nu-1)}$ "genau genug" then exit.

Hinweis: Wie sollte möglicherweise die Additionsreihenfolge gewählt werden, um Rundungsfehler/Auslöschung zu vermeiden? Gibt es überhaupt einen Unterschied?

G 20 Potenzmethode und Extrapolation

Berechnen Sie die Werte von $\|A_n\|$ mittels der Potenzmethode für $n = 2^{L-1}$, $L = 1, \dots, 15$ und extrapolieren Sie die Werte mit Aitkens Δ^2 -Methode und Wynns Epsilon-Methode.

G 21 Abschätzung der Konvergenzrate

Schätzen Sie in Abhängigkeit Ihres Abbruchkriteriums für λ und der Iterationszahl der Potenzmethode die Konvergenzrate ρ . Lässt sich damit auch eine Abschätzung für λ_2 angeben?