



Wie löse ich das? – Übung 5

Gruppenübung

G 14 Komplexe Integration

Sei

$$s = \operatorname{Re} \int_a^b z(t)^{\frac{i}{z(t)}-1} z'(t) dt$$

das umgeformte *verzwickte Integral* mit der Parametrisierung $z(t)$ (s. Vorlesung).

Welchen Wert für s erhalten Sie, wenn Sie als Parametrisierung

- a) $z(t) = t + it(1 - t)$, $t \in [0, 1]$
- b) $z(t) = t + i \sin(k\pi t)$, $k \in \mathbb{N}$, $t \in [0, 1]$

verwenden? Zeichnen Sie den Verlauf der Funktion $f(t) = \operatorname{Re} \left(z(t)^{\frac{i}{z(t)}-1} z'(t) \right)$ entlang der jeweiligen Parametrisierung (für b): $k = 1, 2, 3$).

G 15 Nichtlineare Extrapolation

Testen Sie verschiedene nichtlineare Extrapolationsmethoden (Aitkens Δ^2 -Methode, Wynns Epsilon Algorithmus, Rho-Algorithmus, modifizierter Rho-Algorithmus mit verschiedenen θ) an folgenden Reihen:

- a) $\sum_{k=1}^{\infty} k^{-\frac{3}{2}} \doteq 2.61237534868549$
- b) $\sum_{k=1}^{\infty} k^{-2} = \frac{\pi^2}{6} \doteq 1.6449340668482$
- c) $s_k = \sum_{n=0}^k (-1)^n n!$, $k = 0, 1, \dots, 15$. Diskutieren Sie das Ergebnis.
- d) i) $s_k = \sum_{n=1}^k \frac{(0.95)^n}{n} \xrightarrow{k \rightarrow \infty} \log 20 \doteq 2.9957322735539908542$
 - ii) $t_k = s_k + 19 \cdot \frac{0.95^k}{k} \xrightarrow{k \rightarrow \infty} \log 20$
 - iii) $u_k = t_k - s_k \xrightarrow{k \rightarrow \infty} 0$
 - iv) $v_k = \sqrt{s_k t_k} \xrightarrow{k \rightarrow \infty} \log 20$.Diskutieren Sie die Ergebnisse.

Hinweis: Im Internet finden Sie die Routinen `AitkenMethod.m` und `WynnEpsilon.m`. Für $\theta = 0$ entspricht der modifizierte Rho-Algorithmus genau Wynns Epsilon-Methode, für $\theta = 1$ dem Rho-Algorithmus.