



12. Mai 2006

Wie löse ich das? – Übung 4

Gruppenübung

G 11 Richardson Extrapolation

Ändern Sie die modifizierte Euler-Extrapolation so, dass die Richardson-Extrapolation entsteht ($r_j = (\frac{1}{2})^{2j}$).

Testen Sie das Verfahren für

$$\int_1^2 \frac{dx}{x} = \log(2) \approx 0.693147180559945286227$$

mit der summierten Trapezregel und der summierten Mittelpunktsregel. Die Teilintervalle sollen in jedem Schritt halbiert werden. Extrapolieren Sie $s_{1,0}$ bis $s_{n,0}$ für $n = 5, 10$.

G 12 Berechnen der r_j

Gegeben sei die Reihenentwicklung der Trapezsumme

$$s_{i,0} = T(h_i) = I + \alpha_0 h_i + \alpha_1 h_i^2 + \alpha_2 h_i^4 + \alpha_3 h_i^6 + \dots$$

mit Schrittweiten $h_{i+1} = \frac{1}{2}h_i$.

Wie müssen die r_j der modifizierten Euler-Extrapolation gewählt werden, damit sukzessive die h^p -Terme ($p = 1, 2, 4, 6, 8, \dots$) eliminiert werden?

Vergleichen Sie ihr Ergebnis mit Aufgabe G10 der letzten Übung.

G 13 Approximation des verzwickten Integrals

Berechnen Sie die ersten 5 (11, 15, 21) Nullstellen der Funktion

$$f(x) = x^{-1} \cos(x^{-1} \log(x)).$$

Berechnen Sie die Integrale zwischen den Nullstellen mit der Richardson-Extrapolation (7 Schritte).

Berechnen Sie jetzt den Wert des Integrals

$$\int_0^1 x^{-1} \cos(x^{-1} \log(x)) dx \approx 0.32336743167777876139937$$

näherungsweise mit der Aitken- Δ^2 -Methode.