Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. J. Lang
Pia Bales

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

28. April 2006

Wie löse ich das? – Übung 2

Gruppenübung

G 4 Berechnung der Nullstellen

Berechnen Sie die Nullstellen a_k, $k = 1, 2, \ldots, n$, der Funktion

$$f(x) = x^{-1} \cos\left(x^{-1} \log(x)\right)$$

mit Hilfe der bekannten Transformation und des Newton-Verfahrens.

Variieren Sie die Startwerte für das Newton-Verfahren und vergleichen Sie die Anzahl der benötigten Iterationen, um die relative Genauigkeit `tol=1.0e-10` zu erreichen. Testen Sie die Startwerte `1.0`, `10.0`, `log(1+t)` bei 1000 gesuchten Nullstellen. Welche Beschleunigung erhält man bei einer Fixpunktiteration zu Beginn des Newton-Verfahrens?

Hinweis: Auf der Veranstaltungsseite im Internet gibt es eine Routine `lambertw.m`*, die die Werte W(t) ausrechnet.*

Noch ein Hinweis: Vergessen Sie die Rücktransformation nicht.

G 5 Schrittweiten der zusammengesetzten Trapezregel

Berechnen Sie

$$M_2 = \max_{a_k \le x \le a_{k-1}} |f''(x)|\,,$$

f wie oben, für die Nullstellen a_k von $f(x)$, $k = 10, 20, \ldots, 100$. Was ergibt sich daraus für die Schrittweiten der zusammengesetzten Trapezregel bei einer absoluten Genauigkeit von `1.0e-16`?

G 6 Approximation des Integrals

Berechnen Sie

$$s_k = \int_{a_k}^{a_{k-1}} f(x)\ \mathrm{d}x, \qquad k = 1, 2, \ldots, 17,$$

mit Hilfe der Matlab-Funktion `quad` und untersuchen Sie das Verhalten der Reihe $\{s_k\}_{k\in\mathbb{N}}$. Ersetzen Sie die Nullstellen a_k durch die Extremstellen b_k. Was stellen Sie jetzt fest?

Berechnen Sie

$$\lim_{\varepsilon\to 0} \int_{\varepsilon}^{1} f(x)\ \mathrm{d}x = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} s_k$$

bis auf drei bzw. vier Stellen genau. Wie viele Teilintegrale s_k müssen Sie berechnen? Wieviele Teilintegrale müssten Sie ausrechnen, um eine Genauigkeit von zehn Stellen zu erreichen?