



1. Übungsblatt

Partielle Differentialgleichungen (klassische Methoden)

Gruppenübung

Aufgabe G1

Betrachten Sie die inhomogene Transportgleichung

$$\begin{aligned}u_t + c \cdot \nabla u &= f, & x \in \mathbb{R}, t > 0, \\u(x, 0) &= g(x), & x \in \mathbb{R}.\end{aligned}$$

Bestimmen Sie eine Lösung dieser Gleichung und vergleichen Sie das Ergebnis mit der aus der Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen bekannten Variation der Konstantenformel.

Hausübung

Aufgabe H1

Finden Sie die Lösung der Gleichung

$$u_t + 2u_x - u = t$$

analog zu § 0 der Vorlesung.

Hinweis: Verwenden Sie die Substitution $\xi := x - 2t$, $\tau := t$ sowie $U(\xi, \tau) := u(\xi + 2\tau, \tau)$.

Aufgabe H2

Lösen Sie das Anfangswert-Randwertproblem

$$\begin{aligned}u_t + cu_x &= -\lambda u, & x, t > 0, \\u(x, 0) &= 0, & x > 0, \\u(0, t) &= g(t), & t > 0.\end{aligned}$$

Hinweis: Betrachten Sie $x > ct$ und $x < ct$.