



Einführung in die Mathematische Statistik

3. Tutorium

Aufgabe 1 (Normalverteilte Zufallsvariablen)

Gegeben seien zwei normalverteilte Zufallsvariablen X und Y .

- (i) Ist die Zufallsvariable $X + Y$ normalverteilt?
- (ii) Ist der zweidimensionale Zufallsvektor (X, Y) normalverteilt?

Finden Sie jeweils einen Beweis oder ein Gegenbeispiel!

Aufgabe 2 (Normalverteilte Zufallsvariablen)

Der zufällige, räumliche Aufenthalt einer Amsel werde durch die Koordinaten (X_1, Y_1, Z_1) (in Metern) beschrieben, wobei X_1, Y_1, Z_1 unabhängig identisch $N(0, 49)$ -verteilte Zufallsvariablen darstellen. Da sich in dem in $(0, 0, 0)$ gebauten Nest drei Eier befinden, hält sich auch eine Elster in dessen Umfeld auf. Ihre Koordinaten werden durch unabhängig identisch $N(0, 120)$ -verteilte Zufallsvariablen X_2, Y_2, Z_2 beschrieben. Wir treffen die zusätzliche Annahme, daß die Standorte der beiden Vögel unabhängig voneinander sind. Die Amsel verteidigt ihr Nest mit großer Aufmerksamkeit und bemerkt alles in einem Umfeld von 9,90 Metern von ihrem jeweiligen Standpunkt aus .

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Elster von der Amsel wegen der zu großen Entfernung nicht entdeckt wird.

Aufgabe 3 (Cauchy-Verteilung)

Die Zufallsvariable X besitze die Dichte

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{1 + t^2}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Die zugehörige Verteilung von X heißt Cauchy-Verteilung.

Zeigen Sie:

- (1) f ist eine Dichte.
- (2) Der Erwartungswert von X existiert nicht.
- (3) Die Zufallsvariable $Y = \arctan(X)$ ist $R([-\pi/2, \pi/2])$ -verteilt.