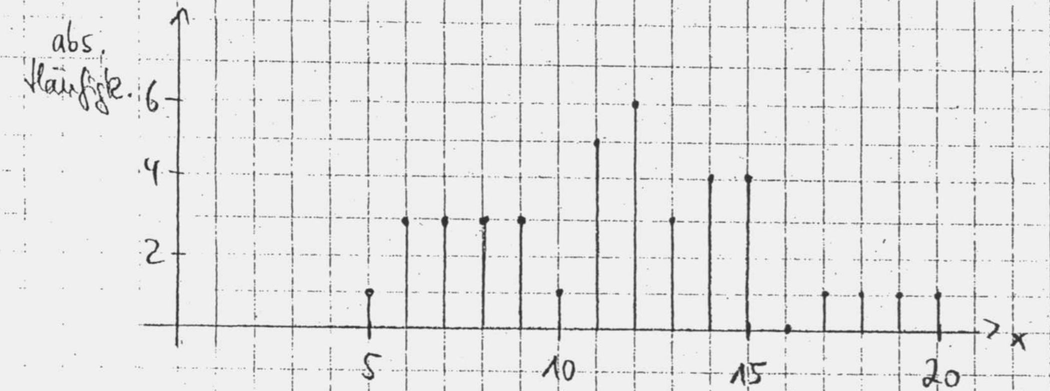
HAUSÜBUNGEN K01_001

H1 Messreihe $x_1, \ldots, x_{40}$

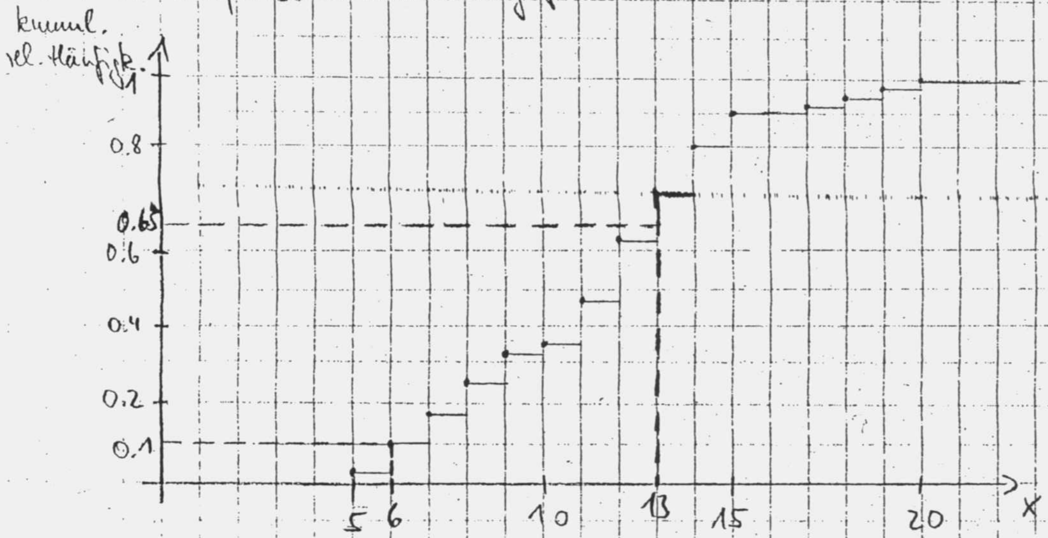
a) Nach Ordnen der Messreihe erhält man

$\tilde{x} = x_{(20)} = 12$

b) Stabdiagramm



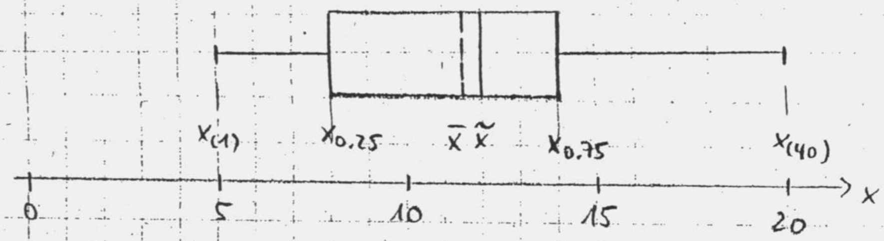
c) Empirische Verteilungsfunktion:



Aus der Zeichnung ergibt sich $x_{0.1} =$ ... , $x_{0.65} = \underline{13}$

d) Boxplot:

$x_{0.25} = 8$, $x_{0.75} = 14$, $\bar{x} = \frac{461}{40} = 11.525$



K01_002

A2

Nach G3 gilt

$$\bar{y} = a\bar{x} + b, \quad s_y^2 = a^2 \cdot s_x^2$$

für eine lineare Transformation

$$y_i = a x_i + b, \quad i = 1, \dots, n$$

Aus $\bar{y} = 0$ und $s_y^2 = 1$ folgt also

$$a^2 = \frac{1}{s_x^2}, \quad b = -a\bar{x}$$

Wegen $a > 0$ ergibt sich

$$a = \frac{1}{s_x}, \quad b = -\frac{\bar{x}}{s_x},$$

also

$$\underline{y_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s_x}}$$

K01_003

H3

a) Da f monoton wächst, gilt

$$y_{(i)} = f(x_{(i)}), \quad i = 1, \dots, n,$$

woraus sich insbesondere

$$\tilde{y} = y_{(\lceil n/2 \rceil)} = f(x_{(\lceil n/2 \rceil)}) = f(\tilde{x})$$

ergibt.

b) Die Transformation von °F-Daten in °C-Daten wird durch

$$f(x) = \frac{5}{9}(x - 32), \quad x \in \mathbb{R}$$

beschreiben. Anwendung von a) liefert

$$\tilde{y} = \frac{5}{9}(\tilde{x} - 32) = \frac{5}{9}(80 - 32) = \underline{26.67}$$

c) Nein, betrachte beispielsweise die monoton wachsende Funktion $f(x) = 0, \; x \in \mathbb{R}$.

K01_010.tex

<u>H4</u>

$\bar{x} = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3} x_i = \frac{3}{3} = 1 \qquad \bar{y} = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3} y_i = \frac{c+1}{3}$

$ssx = \sum_{i=1}^{3} (x_i - 1)^2 = 1 + 1 = 2$

$sxy = \sum_{i=1}^{3} x_i y_i - 3\bar{x}\bar{y} = 1 - 3 \cdot 1 \cdot \frac{c+1}{3} = -c$

$a = \frac{sxy}{ssx} = -\frac{c}{2}$

(5)

$b = \bar{y} - a\bar{x} = \frac{c+1}{3} + \frac{c}{2} \cdot 1 = \frac{2c+2+3c}{6} = \frac{5c+2}{6}$

Regressionsgerade:

$y = -\frac{c}{2} x + \frac{5c+2}{6}$

Für welches $c \in \mathbb{R}$ liegt $(0,c)$ auf der Regr.geraden?

Punkt in Gerade einsetzen liefert

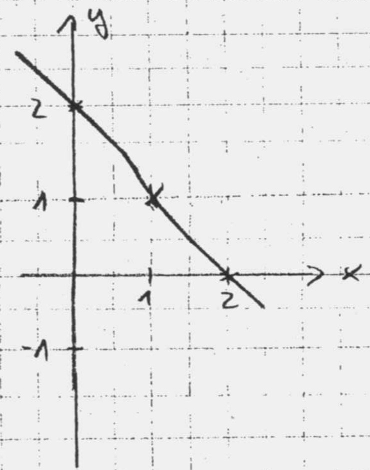
$c = -\frac{c}{2} \cdot 0 + \frac{5c+2}{6}$

$\Leftrightarrow \quad 6c = 5c + 2$

$\Leftrightarrow \quad c = 2$

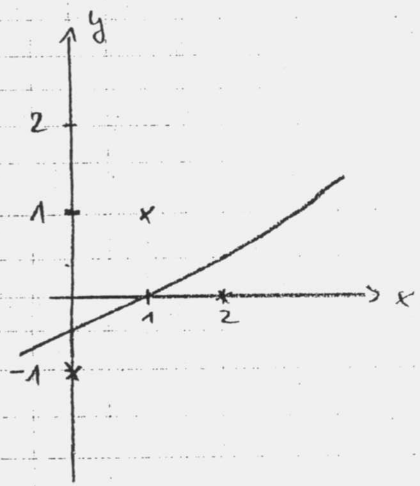
Skizzen:

<u>$c = 2$</u>



$y = -x + 2$

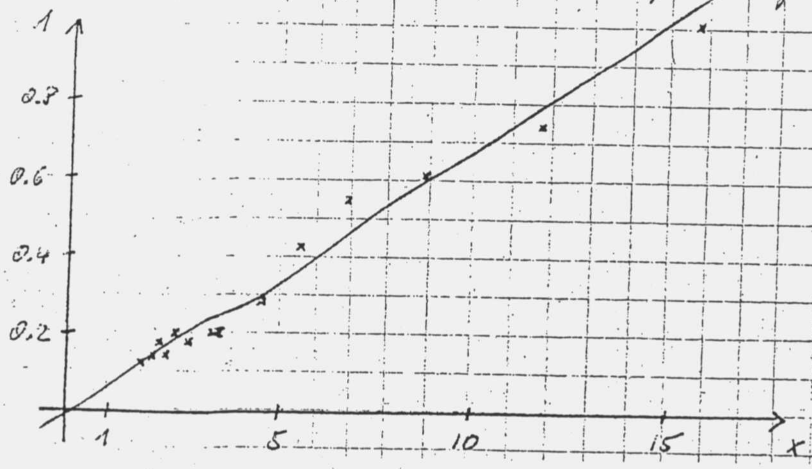
<u>$c = -1$</u>



$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

H5 K01_005

a) Punktediagramm mit Regressionsgerade



b) $s_{xy} = \frac{1}{12}\left(\sum_{i=1} x_i \cdot y_i - 13 \cdot \bar{x}\bar{y}\right) = \underline{1.19}$

$s_x^2 = \frac{1}{12}\left(\sum_{i=1}^{13} x_i^2 - 13 \cdot \bar{x}^2\right) = \underline{17.97}$

$s_y^2 = \underline{0.08}$

$r_{xy} = s_{xy} / \sqrt{s_x^2 s_y^2} = \underline{0.99}$

(4)

c) Steigung: $a = \frac{s_{xy}}{s_x^2} = \underline{0.066}$

y-Achsenabschnitt: $b = \bar{y} - a\bar{x}$

$= \underline{-0.004}$

Gerade: $f(x) = 0.066x - 0.004$

Residuenquadratsumme:

$SSr = SSy(1 - r_{xy}^2)$

$= 12 \cdot s_y^2 (1 - r_{xy}^2) = \underline{0.024}$

d) Für $x = 10$ ist $f(x) = \underline{0.656}$

K01_006

H6

G3 liefert $\bar{u} = a\bar{x} + b$, $s_u^2 = a^2 s_x^2$,

$\bar{v} = c\bar{y} + d$, $s_v^2 = c^2 \cdot s_y^2$,

so dass $$s_{uv} = \frac{1}{n-1} \sum_i (a x_i + b - a\bar{x} - b)(c y_i + b - c\bar{y} - b)$$

$$= \frac{ac}{n-1} \sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = ac \cdot s_{xy}$$

und $$r_{uv} = \frac{s_{uv}}{s_u s_v} = \frac{ac}{|ac|} \cdot \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \begin{cases} r_{xy} & \text{für } ac > 0 \\ -r_{xy} & \text{" } ac < 0 \end{cases}$$