



Einführung in die Statistik

12. Übung

Gruppenübungen

Aufgabe G34 (Tests bei Normalverteilungsannahmen)

Das Gewicht von Eiern (gemessen in g) ist zufallsabhängig. Man nimmt an, dass die Zufallsvariable, die das Gewicht beschreibt, $N(\mu, 36)$ -verteilt ist. Für 81 zufällig und unabhängig ausgewählte Eier ergab sich das Durchschnittsgewicht $\bar{x} = 37g$.

- Überprüfen Sie mittels eines zweiseitigen Tests, ob das Datenmaterial mit der Hypothese $H_0 : \mu = 38$ auf dem Niveau $\alpha = 0.05$ vereinbar ist.
- Sei nun $\mu_1 = 37$ der wahre Wert von μ . Wie groß ist dann die Fehlerwahrscheinlichkeit 2. Art bei dem in a) angewendeten Test?
- Der Test in a) soll durch Erhöhung der Stichprobenumfangs so abgeändert werden, dass unter Beibehaltung der Hypothese H_0 und der Fehlerwahrscheinlichkeit 1. Art nun für die Alternative $H_1 : \mu_1 = 37$ die Fehlerwahrscheinlichkeit 2. Art kleiner gleich 0.05 wird. Wie groß muss der Stichprobenumfang n mindestens gewählt werden, damit dies gewährleistet wird?

Aufgabe G35 (χ^2 -Anpassungstest auf eine Verteilung)

Ein Taschenrechner liefert Zufallszahlen zwischen 0 und 1. Es werden nacheinander 1000 dieser Zahlen erzeugt. Nach Einteilung des Intervalls $[0,1]$ in 10 gleichgroße Teilintervalle wurde gezählt, wieviele der 1000 Zufallszahlen auf die einzelnen Klassen entfielen. Man erhielt folgende Tabelle :

Klasse	$[0;0.1]$	$(0.1;0.2]$	$(0.2;0.3]$	$(0.3;0.4]$	$(0.4;0.5]$
Anzahl	68	116	101	107	92
Klasse	$(0.5;0.6]$	$(0.6;0.7]$	$(0.7;0.8]$	$(0.8;0.9]$	$(0.9;1]$
Anzahl	100	136	101	79	100

Überprüfen Sie mit Hilfe eines χ^2 -Anpassungstests zum Niveau $\alpha = 0.05$, ob die Zufallszahlen x_1, \dots, x_{1000} als eine Folge im Intervall $[0,1]$ gleichverteilten Zufallszahlen, d.h. als eine Realisierung von unabhängigen, $R(0, 1)$ -verteilten Zufallsvariablen X_1, \dots, X_{1000} angesehen werden können.

Aufgabe G36 (χ^2 -Anpassungstest für klassifizierte Daten)

Mendel erhielt bei einem Kreuzungsversuch 345 runde gelbe, 120 runde grüne, 111 kantige gelbe und 36 kantige grüne Erbsen. Die Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Kreuzungsergebnisse verhalten sich nach Mendels Theorie wie 9:3:3:1. Wird diese Hypothese bei Anwendung des χ^2 -Anpassungstests zum Niveau $\alpha = 0.05$ durch seine Beobachtung widerlegt?

Untersuchen Sie diese Frage auch zum Niveau $\alpha = 0.25$.

Eventuell benötigtes Quantil : $\chi_{3;0.75}^2 = 4.11$.

Aufgabe G37 (χ^2 -Anpassungstest auf eine Verteilung)

Bei einem Drucker in einem Rechenzentrum wurde ein Performance-Test durchgeführt. Innerhalb von 100 Zeiteinheiten kamen 249 Druckaufträge an, davon der erste zum Zeitpunkt $t_1 = 0.38$ und der letzte zum Zeitpunkt $t_{249} = 99.58$. Für die 248 Zwischenankunftszeiten $t_i - t_{i-1}$ ($i = 1, \dots, 248$) wurden folgende Häufigkeiten ermittelt:

Zwischenankunftszeit	< 0.1	0.1 ... 0.25	0.25 ... 0.4	0.4 ... 0.75	≥ 0.75
Häufigkeit	47	55	50	51	45

Überprüfen Sie mit dem χ^2 -Anpassungstest zum Niveau $\alpha = 0.1$, ob die Zwischenankunftszeiten $Ex(2.5)$ -verteilt sind.

Aufgabe G38 (Unabhängigkeitstests)

Der Personalchef einer Bank möchte untersuchen, ob Männer und Frauen die gleiche Chance besitzen, die Aufnahmeprüfung zu bestehen. Für 36 zufällig ausgewählte Stellenbewerber, von denen 23 Männer waren, wurde das Ergebnis der Prüfung ermittelt. Es zeigte sich, dass genau 17 Bewerber die Prüfung bestanden, davon 7 Frauen. Überprüfen Sie die Unabhängigkeit des Prüfungsergebnisses und der Geschlechtszugehörigkeit zum Niveau $\alpha = 0.05$ mittels des

- χ^2 -Unabhängigkeitstests,
- exakten Tests von Fisher.

Aufgabe G39 (Unabhängigkeitstests)

Zur Untersuchung der Frage, ob die Auslastung eines Rechnernetzes unabhängig vom jeweiligen Werktag ist, wurde an 100 zufällig ausgewählten Werktagen die Auslastung ermittelt. Es ergab sich folgende Tabelle:

Auslastung	Mo	Di	Mi	Do	Fr
0 - 25 %	11	5	3	8	13
25 - 50 %	2	6	3	6	3
50 - 75 %	3	5	6	2	4
75 - 100 %	3	4	9	3	1

Überprüfen Sie mit Hilfe eines geeigneten Testverfahrens die Hypothese der Unabhängigkeit von Wochentag und Auslastung zum Niveau $\alpha = 0.05$.