



# Einführung in die Statistik

## 2. Übung

### Gruppenübungen

#### Aufgabe G4

Auf dem Darmstädter Wochenmarkt ist eine Erhebung über die Länge und das Gewicht von Salatgurken durchgeführt worden. Dabei erhielt man folgende Messwerte:

Länge (in cm)	30	31	33	37	39	40
Gewicht (in g)	595	610	625	640	655	715

- Stellen Sie die Messergebnisse in einem Punktediagramm dar.
- Berechnen Sie zu der oben angegebenen Messreihe die empirische Korrelation. Erscheint ein linearer Zusammenhang zwischen den beobachteten Größen angemessen?
- Berechnen Sie die Regressionsgerade zur Vorhersage des Gewichtes an Hand der Länge der Salatgurken und zeichnen Sie diese in das Punktediagramm aus a) ein.
- Berechnen Sie die Regressionsgerade zur Vorhersage der Länge an Hand des Gewichtes der Salatgurken und zeichnen Sie diese in das Punktediagramm aus a) ein.
- Berechnen Sie den Schnittpunkt der beiden Geraden.

(Hinweis:  $\sum x_i = 210$ ,  $\sum x_i^2 = 7440$ ,  $\sum y_i = 3840$ ,  $\sum y_i^2 = 2466600$ )

#### Aufgabe G5

Bei einem Zufallsexperiment werden drei Glühbirnen gleichzeitig eingeschaltet, wobei jede einzelne defekt sein kann. Definieren Sie für dieses Zufallsexperiment einen möglichst einfachen Wahrscheinlichkeitsraum  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ , so dass die  $\sigma$ -Algebra  $\mathcal{A}$  die Ereignisse

$A_1$  : „genau zwei Glühbirnen brennen“

und

$A_2$  : „höchstens zwei Glühbirnen brennen“

enthält und für das Wahrscheinlichkeitsmaß gilt:

$$P(A_1) = \frac{3}{7} \quad \text{und} \quad P(A_2) = \frac{5}{7}.$$

Die Wahrscheinlichkeiten welcher Ereignisse können Sie anhand dieser Vorgaben errechnen?

### Aufgabe G6

Gegeben seien  $N + 1$  Urnen  $U_0, \dots, U_N$ . In jeder liegen gut durchmischt  $N$  gleichartige Kugeln, die schwarz oder weiss gefärbt sind; und zwar befinden sich  $n$  schwarze und  $N - n$  weiße Kugeln in der Urne  $U_n$  ( $n = 0, \dots, N$ ). Man wählt nun zufällig eine Urne aus (jede Urne mit gleicher Wahrscheinlichkeit) und zieht eine Kugel.

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht man eine schwarze Kugel?
- Angenommen eine schwarze Kugel wurde gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit stammt sie aus der  $n$ -ten Urne?

## Hausübungen

### Aufgabe H4

Bei einem Energieanbieter wurde in 18 Monaten der Stromabsatz  $y$  in [KWh/Tag] für einen Stadtteil gemessen. Ferner wurde in jedem Beobachtungsmonat die Durchschnittstemperatur  $x$  [Grad Celsius] ermittelt. Hierbei ergab sich folgende Meßreihe  $(x_1, y_1), \dots, (x_{18}, y_{18})$ :

(-1.2;18600)	(-0.1;16400)	(1.3;17600)	(2.8;15800)	(3.4;14400)
(5.1;15800)	(6.3;13800)	(6.8;13400)	(8.0;13600)	(8.9;14400)
(9.7;12700)	(11.2;12200)	(13.4;10200)	(16.1;10300)	(17.8;9600)
(20.1;7800)	(21.5;8000)	(23.0;6800)		

- Stellen Sie die beobachteten Daten in einem Punktediagramm graphisch dar.
- Berechnen Sie die empirische Kovarianz und den empirischen Korrelationskoeffizienten zu dieser zweidimensionalen Meßreihe.
- Der berechnete Wert des empirischen Korrelationskoeffizienten rechtfertigt die Annahme eines annähernd linearen Zusammenhangs zwischen  $x$  und  $y$ . Berechnen Sie daher die Regressionsgerade  $y = \hat{a}x + \hat{b}$  zu der gegebenen Meßreihe und zeichnen Sie diese in das Punktediagramm ein.
- Bestimmen Sie mittels der Regressionsgerade aus c) einen Vorhersagewert für den Stromabsatz bei einer Durchschnittstemperatur von 15 Grad Celsius.

### Aufgabe H5

- Ein Professor möchte herausfinden, welche 5 seiner insgesamt 8 Mitarbeiter zusammen das kreativste Team darstellen. Wie viele 5-köpfige Teams kommen hierfür in Frage?
- Auf wie viele Arten kann man 4 Physikbücher, 3 Biologiebücher und 8 Chemiebücher so in einen Schrank stellen, dass Bücher des gleichen Faches nebeneinander stehen?
- Wie viele Möglichkeiten gibt es, ein 5-köpfiges Gremium aus Biologen, Chemikern oder Physikern zusammenzustellen, wenn lediglich diese Wissenschaftler als Mitglieder in Frage kommen, aber keine der drei Fachrichtungen notwendig vertreten sein muss?
- Eine Klausur besteht aus 10 Multiple-Choice-Aufgaben mit je drei Lösungen zur Auswahl. Wie viele Möglichkeiten gibt es, den Klausurzettel auszufüllen, wenn zu jeder Frage genau eine Antwort gegeben wird?

### Aufgabe H6

Ein Skatspiel besteht aus 32 Karten, vier davon heißen Buben. Nach dem Mischen der Karten erhalten die drei Spieler jeweils 10 Karten, die übrigen zwei Karten bilden den Skat. Andreas, Brigitte und Tobias spielen Skat. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse :

- a) Es liegen genau zwei Buben im Skat.
- b) Tobias hat genau einen Buben.
- c) Tobias hat mindestens zwei Buben.
- d) Andreas hat genau einen Buben unter der Bedingung, dass Tobias genau einen Buben hat.
- e) Jeder Spieler hat genau einen Buben.

**Hinweis:** Bei der Bearbeitung dieser Aufgabe sind folgende Schreibweisen hilfreich :

$A_i$  : Andreas hat genau  $i$  Buben,  $i = 0, 1, \dots, 4$

$B_i$  : Brigitte hat genau  $i$  Buben,  $i = 0, 1, \dots, 4$

$C_i$  : Tobias hat genau  $i$  Buben,  $i = 0, 1, \dots, 4$

$D_i$  : Es liegen genau  $i$  Buben im Skat,  $i = 0, 1, 2$