Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. S. Roch
Patrizio Neff
Katrin Krohne

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

11./12. Juli 2006

12. Tutorium zur Analysis II

Extrema unter Nebenbedingungen

Aufgaben

A 1 Sei $n \in \mathbb{N}$ mit $n > 2$. Verwende die Lagrange'schen Multiplikatoren, um ein mögliches Maximum der Funktion

$$f(x_1, ..., x_n) := \sin(x_1) + ... + \sin(x_n)$$

für $x_1 + ... + x_n = 2\pi$, $0 \leq x_j \leq \pi$, $j = 1, ..., n$ zu bestimmen. Ausnahmsweise soll hier eine anschauliche Begründung, dass das Maximum nicht in einem Punkt $(x_1, ..., x_n) \in \partial[0, \pi]^n$ (also auf dem Rand) angenommen wird, genügen.
Was ist die geometrische Bedeutung von $f(x_1, ..., x_n)$?

A 2 Es seien $p, q \in (0, \infty)$ fest gewählt mit $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$. Bestimme das Minimum von

$$f : (0, \infty) \times (0, \infty) \to \mathbb{R}, \quad (x, y) \mapsto \frac{1}{p}x^p + \frac{1}{q}y^q$$

unter der Nebenbedingung

$$g(x, y) := xy = 1.$$

Folgere hieraus auch $\frac{1}{p}u^p + \frac{1}{q}v^q \geq uv$.

A 3 Bestimme das größtmögliche Volumen eines achsenparallelen Quaders, der im Ellipsoid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Platz hat.