



## 11. Tutorium zur Analysis II

### Aufgaben

#### A 1 Der Satz über implizite Funktionen

Sei  $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$ , gegeben durch

$$f(x, y) = \sin(x + y) + e^{xy} - 1.$$

1. Zeigen Sie, dass die Gleichung  $f(x, y) = 0$  in einer Umgebung des Punktes  $(x_0, y_0) = (0, 0)$  eindeutig nach  $y$  aufgelöst werden kann.
2. Zeigen Sie, dass die erhaltene Funktion  $y = \varphi(x)$  zweimal stetig differenzierbar ist in der Nähe von  $x = 0$ .
3. Berechnen Sie die Taylorentwicklung zweiten Grades von  $\varphi$  mit Entwicklungspunkt  $x = 0$ .

#### A 2 Der Satz über implizite Funktionen

Durch die Gleichung

$$\phi(x)^3 + 3 \phi(x) + e^{\phi(x)} - x^2 - x = 1$$

und  $\phi(0) = 0$  ist implizit eine Funktion  $\phi$  gegeben. Berechne  $\phi'(0)$  und  $\phi''(0)$ . Wie lautet das Taylorpolynom zweiten Grades von  $\phi$  mit Entwicklungspunkt 0?