



### 3. Tutorium zur Analysis II

#### Aufgaben

##### A 1 (Gleichmässige Konvergenz)

Entscheiden Sie, ob die Folge  $f_n(x) = \frac{nx(7+\sin(nx))}{4+n^2x^2}$  gleichmässig auf  $\mathbb{R}$  konvergiert.

##### A 2 (Gleichmässige Konvergenz)

Bestimmen Sie alle reellen Zahlen  $a$ , so dass die Folge  $f_n(x) = n^a x e^{-nx}$  auf dem Intervall  $[0, \infty)$  gleichmässig konvergiert und finden Sie die Grenzfunktion.

##### A 3 (Reihen)

Beweisen Sie, dass die Funktion  $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  wohl definiert ist (d.h. die entsprechende Reihe konvergiert punktweise), wobei

1.  $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{e^{n|x|}\sqrt{n}},$

2.  $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(nx)}{n^3+1}$

##### A 4 (Reihen und Stetigkeit)

Zeigen Sie, dass  $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{e^{n|x|}\sqrt{n}}$  auf  $\mathbb{R}$  stetig ist. Zeigen Sie, dass  $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(nx)}{n^3+1}$  auf  $\mathbb{R}$  differenzierbar ist.

##### A 5 (Reihen und Differenzierbarkeit)

Zeigen Sie, dass die Funktion  $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} \cos(\sqrt{n}x)}{(1+3n)e^{nx}}$  auf  $(0, \infty)$  wohl definiert ist und differenzierbar ist.