Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. S. Roch
Katrin Krohne
Patrizio Neff

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

10. Juli2006

12. Übung zur Analysis II

Aufgaben

A 1 (Die Methode von Lagrange)

Wir untersuchen die Funktion $f(x,y) = y^2$ auf der Menge

$$P = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x^2 - 1\}\,.$$

Gesucht sind die lokalen Extremstellen von f auf P. Vergleiche die beiden Lösungswege:

1. Ersetze y und berechne die Extremstellen von $x \mapsto f(x, x^2 - 1)$.
2. Verwende die Methode von Lagrange zur Berechnung der kritischen Stellen von f auf der Menge P.

A 2 (Die Methode von Lagrange)

Berechnen Sie die lokalen Extrema der Funktion f unter der Nebenbedingung g für $f(x,y) = xy^2$ und $g(x,y) = x^2 + y^2 - 1 = 0$.

A 3 (Die Methode von Lagrange)

Bestimmen Sie den grössten und den kleinsten Wert , den die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$

$$f(x,y) = y^2 - x$$

auf dem Kreis $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 = 1\}$ annimmt.

A 4 (Die Mehrfachintegration)

Bestimmen Sie den Wert des Integrals

$$\int_D f(x,y) d(x,y)$$

für die Funktion $f(x,y) = y$ und das Gebiet D zwischen dem oberen Einheitskreis (d.h. $x^2 + y^2 = 1$, $y > 0$) und der Funktion $y = 1 - x^2$. Hinweis: Überlegen Sie sich, wie das Gebiet aussieht und welche Integrationsreihenfolge zweckmäßig ist.