Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. S. Roch
Patrizio Neff
Katrin Krohne

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

24./25. April 2005

1. Übung zur Analysis II

Aufgaben

A 1 **(Stammfunktionen)** (4 Punkte)
Wir betrachten zwei Funktionen F, $G : (-1, \infty) \to \mathbb{R}$, die durch

$$F(x) = -\arctan x\,, \qquad G(x) = \arctan \frac{1-x}{1+x}$$

definiert sind.

a) Zeige, dass F und G Stammfunktionen derselben Funktion f sind und bestimme f.

b) Welche Form haben alle Stammfunktionen von f?

c) Bestimme eine Konstante $c \in \mathbb{R}$, so dass für alle $x \in (-1, \infty)$ die Gleichung $G(x) = F(x) + c$ gilt.

A 2 **(Partialbruchzerlegung)** (4 Punkte)
Bestimme die folgenden Integrale mit Hilfe einer Partialbruchzerlegung:

a) $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{2x+1}{x^2+x-6}\,dx$,

b) $\displaystyle\int_{0}^{1} \frac{x}{(x+1)^3}\,dx$.

A 3 **(Substitution und partielles Integrieren)** (4 Punkte)

1. Berechne
$$(i) \int_0^2 x e^{x^2}\,dx, \quad (ii) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\cos x + \cos^3 x)dx$$
mittels Substitution.

2. Berechne das unbestimmte Integral
$$\int \sin^4 x\,dx$$
mit partieller Integration.

A 4 **(^{P} Ein alter Bekannter)** (2 Punkte)
Sei die Funktion $L : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$L(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt.$$

Zeige, indem Du nur die Integrationsregeln, aber keine Vorkenntnisse über die Logarithmusfunktion verwendest, dass für $u, v \in \mathbb{R}^+$
$$L(uv) = L(u) + L(v)$$
gilt

A 5 **(^{P} Periodische Stammfunktionen)** (4 Punkte)
Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine 2π-periodische Funktion und F eine Stammfunktion von f. Finde eine Bedingung, die sicherstellt, dass F auch 2π-periodisch ist. Beweise, dass die gefundene Bedingung notwendig und hinreichend ist.