Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. H.-D. Alber
Dr. Sergiy Nesenenko

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

12.12.2008

Analysis II für M, HLM, Ph

8. Tutorium

Gruppenübung

G 22 Wegzusammenhängende Mengen
Zeige, dass die Abschließung einer wegzusammenhängenden Menge X nicht wegzusammenhängend zu sein braucht.

G 23 Abbildungen von Matrizen
Sei $\mathbb{R}^{n\times n}$ die Menge der $n \times n$-Matrizen.

(i) Sei $|||\cdot|||$ eine Norm auf $\mathbb{R}^n$ und $\|\cdot\|$ die durch $|||\cdot|||$ induzierte Operatornorm. Zeige

$$\|AB\| \leq \|A\|\|B\| \quad \text{für alle} \quad A, B \in \mathbb{R}^{n\times n}.$$

(ii) Sei

$$f : \mathbb{R}^{n\times n} \times \mathbb{R}^{n\times n} \to \mathbb{R}^{n\times n}, \quad (A, B) \mapsto A^2 B.$$

Zeige, dass f in jedem Punkt (A, B) differenzierbar ist und berechne $f'(A, B)$.

G 24 Differenzierbarkeit und Gleichmäßige Stetigkeit
Eine Teilmenge M eines reellen oder komplexen Vektorraum V ist konvex, wenn für alle $a, b \in M$ stets auch $\lambda a + (1-\lambda)b \in M$ für alle $\lambda \in \mathbb{R}$ mit $0 \leq \lambda \leq 1$ gilt.

Zeige, dass eine Funktion f, die beschränkte partielle Ableitungen f'_x und f'_y auf einem konvexen Gebiet Ω besitzt, gleichmäßig stetig auf diesem Gebiet ist.