



Analysis II für M, HLM, Ph

4. Tutorium

Gruppenübung

G 10 Partielle Integration

Berechne das folgende Integral:

$$\int_0^a e^{-2x} \cos x dx, \quad a > 0.$$

G 11 Riemann-Integrierbarkeit I

Zeige: Die Funktion $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ist integrierbar genau dann, wenn für jede Folge P_j von Partitionen $P_j = \{a = x_0^{(j)}, x_1^{(j)}, \dots, x_{n_j}^{(j)} = b\}$ mit

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \max \{\Delta x_1^{(j)}, \dots, \Delta x_{n_j}^{(j)}\} = 0$$

und für jede Wahl von Zahlen $t_i^{(j)} \in [x_{i-1}^{(j)}, x_i^{(j)}]$ der Grenzwert $\lim_{j \rightarrow \infty} S(f, P_j)$ mit

$$S(f, P_j) := \sum_{i=1}^{n_j} f(t_i^{(j)}) \Delta x_i^{(j)}$$

existiert.

G 12 Riemann-Integrierbarkeit II

Mit Hilfe des Riemann-Integrals von einer passend ausgewählten Funktion berechne den Grenzwert

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{3n} \right).$$