



Analysis II für M, HLM, Ph

2. Tutorium

Gruppenübung

G 4 Potenzreihe

1. Bestimme die Konvergenzradien der folgenden Reihen:

$$(i) \sum_{k=0}^{\infty} (k + \sin(k))(x - 2)^k \quad (ii) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{k^2} (x - 1)^{5k} \quad (iii) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k + 1} x^{2k+1}.$$

2. Nach dem Skript ist der Wert der Reihe in (iii) $\arctan(x)$. Wieso ist mit diesem Wissen das Ergebnis in (iii) überraschend?

G 5 Funktionenreihen

Sei die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ gleichmäßig und absolut auf einer Menge A konvergent. Konvergiert die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} |f_n(x)|$ dann gleichmäßig auf A ?

G 6 Gleichmäßige Konvergenz

Überprüfe die folgende Funktionenfolge und Funktionenreihe auf gleichmäßige Konvergenz:

$$f_n(x) = \arctan \frac{2x}{x^2 + n^3}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\pi}{2} - \arctan(n^2(1 + x^2)) \right), \quad x \in \mathbb{R}.$$

Hinweis. $\arctan x + \arctan(1/x) = \pi/2$, $x > 0$.

G 7 Gleichmäßige Konvergenz

Zeige, dass die Grenzfunktion von einer gleichmäßig konvergenten Funktionenfolge aus gleichmäßig stetigen Funktionen eine gleichmäßig stetige Funktion ist.