



# Analysis II für M, HLM, Ph

## 13. Übung

### Gruppenübung

#### G 38 Höhenlinien

Diskutiere die Höhenlinien der Funktion

$$F: \mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}, \quad (x, y) \mapsto xye^{-x-y}.$$

Diskutiere insbesondere, in welchen Gebieten in  $\mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}_+^*$  sich die Gleichung  $F(x, y) = c$  lokal nach  $x$  bzw.  $y$  auflösen lässt.

#### G 39 Extremstellen unter Nebenbedingungen: Lagrangesche Multiplikatoren

Bestimme das größtmögliche Volumen eines achsenparallelen Quaders, der im Ellipsoid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Platz hat.

#### G 40 Satz von Fubini

Berechne mit Hilfe des Satzes von Fubini das Volumen der Einheitskugel  $B_1(0) := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \|(x, y, z)\|_2 \leq 1\}$ .

**Hinweis:** Falls nötig kann bei der Berechnung des Integrals die Formel  $\int_{-a}^a \sqrt{a^2 - y^2} dy = \frac{a^2}{2}\pi$  ohne Beweis verwendet werden.

#### G 41 Integrierbarkeit

Gegeben seien  $G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$  und die Funktion  $f(x, y) = \frac{x-y}{(x+y)^3}$ .

1. Zeige, daß die Funktion  $f$  in  $(0, 0)$  nicht stetig fortsetzbar ist.
2. Zeige, daß

$$\int_0^1 \left( \int_0^1 f(x, y) dy \right) dx = \frac{1}{2} \quad \text{und} \quad \int_0^1 \left( \int_0^1 f(x, y) dx \right) dy = -\frac{1}{2}$$

gilt.

Erläutere, warum das Gebietsintegral

$$\iint_G f(x, y) dG$$

nicht existiert.