



# Analysis II für M, HLM, Ph

## 4. Übung

### Gruppenübung

#### G 10 Stetigkeit/Integrierbarkeit

- a) Ist die Funktion  $f(x) = \sqrt{1-x^2}$  auf dem Intervall  $[-1, 1]$  integrierbar?  
b) Ist die Funktion

$$g(x) = \begin{cases} x|x| + (x-1)|x-1| & \text{falls } x \leq 5 \\ 0 & \text{falls } x > 5 \end{cases}$$

auf dem Intervall  $[-5, 10]$  integrierbar?

- c) Ist die Funktion  $h(x) = |2f(x)(g(x))^2 - 4g(x)| + \pi$  auf dem Intervall  $[-1, 1]$  integrierbar?

Hinweis: Hier ist nicht viel zu rechnen!

#### G 11 Substitutionsregel

Verwenden Sie die Substitutionsregel, um die folgenden Integrale zu berechnen.

- a)  $\int_1^4 e^{\sqrt{x}} dx$ ,  
b)  $\int_0^2 \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+2}} dx$ .

#### G 12 Partielle Integration

Berechnen Sie die folgenden Integrale durch partielle Integration.

- a)  $\int x \sin(x) dx$ ,  
b)  $\int_0^{\frac{1}{2}} \cosh^2(x) dx$ ,  
c)  $\int \arctan(x) dx$ .

### Hausübung

#### H 10 Integration I (3 Punkte)

- a) Skizzieren Sie die Funktion  $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ . Wie groß ist die Fläche, die von dem Graphen der Funktion und der  $x$ -Achse eingeschlossen wird?  
b) Bestimmen Sie mit Hilfe der Substitution  $x = \sin(t)$  das Integral

$$\int_{-1}^1 f(x) dx.$$

#### H 11 Integration II (3 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Integrale:

a)  $\int_0^\pi \sin(x) \cos(x) dx,$

b)  $\int e^{\sin(x)} \cos(x) dx,$

c)  $\int_1^2 \frac{x^2 + 1}{x^3 + 3x + 1} dx,$

d)  $\int x^2 \sin(x) dx.$

**H 12 Partialbruchzerlegung (3 Punkte)**

Gegeben sei die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $D(f) = \mathbb{R} \setminus \{1, 2\}$  durch

$$f(x) = \frac{x}{(x-1)(x-2)^2}.$$

Bestimmen Sie Koeffizienten  $A, B, C \in \mathbb{R}$  so, daß gilt

$$f(x) = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}. \quad (*)$$

Benutzen Sie nun die Darstellung aus (\*), um das Integral

$$\int_{-1}^0 f(x) dx$$

zu berechnen.

**Anmerkung:** Die Methode, welche zur Darstellung (\*) führt, heißt *Partialbruchzerlegung*.