



Analysis II für M, HLM, Ph

4. Übung

Gruppenübung

G 10 Stetigkeit/Integrierbarkeit

- a) Ist die Funktion $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ auf dem Intervall $[-1, 1]$ integrierbar?
b) Ist die Funktion

$$g(x) = \begin{cases} x|x| + (x-1)|x-1| & \text{falls } x \leq 5 \\ 0 & \text{falls } x > 5 \end{cases}$$

auf dem Intervall $[-5, 10]$ integrierbar?

- c) Ist die Funktion $h(x) = |2f(x)(g(x))^2 - 4g(x)| + \pi$ auf dem Intervall $[-1, 1]$ integrierbar?

Hinweis: Hier ist nicht viel zu rechnen!

G 11 Substitutionsregel

Verwenden Sie die Substitutionsregel, um die folgenden Integrale zu berechnen.

- a) $\int_1^4 e^{\sqrt{x}} dx$,
b) $\int_0^2 \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+2}} dx$.

G 12 Partielle Integration

Berechnen Sie die folgenden Integrale durch partielle Integration.

- a) $\int x \sin(x) dx$,
b) $\int_0^{\frac{1}{2}} \cosh^2(x) dx$,
c) $\int \arctan(x) dx$.

Hausübung

H 10 Integration I (3 Punkte)

- a) Skizzieren Sie die Funktion $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{1-x^2}$. Wie groß ist die Fläche, die von dem Graphen der Funktion und der x -Achse eingeschlossen wird?
b) Bestimmen Sie mit Hilfe der Substitution $x = \sin(t)$ das Integral

$$\int_{-1}^1 f(x) dx.$$

H 11 Integration II (3 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Integrale:

- a) $\int_0^\pi \sin(x) \cos(x) dx,$
 b) $\int e^{\sin(x)} \cos(x) dx,$
 c) $\int_1^2 \frac{x^2 + 1}{x^3 + 3x + 1} dx,$
 d) $\int x^2 \sin(x) dx.$

H 12 Partialbruchzerlegung (3 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $D(f) = \mathbb{R} \setminus \{1, 2\}$ durch

$$f(x) = \frac{x}{(x-1)(x-2)^2}.$$

Bestimmen Sie Koeffizienten $A, B, C \in \mathbb{R}$ so, daß gilt

$$f(x) = \frac{A}{(x-1)} + \frac{B}{(x-2)} + \frac{C}{(x-2)^2}. \quad (*)$$

Benutzen Sie nun die Darstellung aus (*), um das Integral

$$\int_{-1}^0 f(x) dx$$

zu berechnen.

Anmerkung: Die Methode, welche zur Darstellung (*) führt, heißt *Partialbruchzerlegung*.