

Diskrete Optimierung

13. Übungsblatt



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Stefan Ulbrich
Dipl.-Math. Madeline Lips

SoSe 2013
9. Juli 2013

ACHTUNG: Die Vorlesung und Übung am Donnerstag (11.07.2013) fällt aus. Gegebenenfalls können Sie in dieser Woche eine Übungsgruppe an einem anderen Tag besuchen.

Gruppenübung

Aufgabe G1 (Approximationsalgorithmen)

Definition:

Ein α -Approximationsalgorithmus A für ein Maximierungsproblem Π

- berechnet zu jeder Instanz $I \in \Pi$ eine zulässige Lösung mit Wert $A(I) \geq \alpha \cdot OPT(I)$
- hat eine Laufzeit polynomial in der Eingabegröße von I .

α heißt Approximationsgüte.

Algorithm 1 Path-Growing-Algorithmus für gewichtsmaximale Matchings

INPUT: Ungerichteter (zusammenhängender) Graph $G = (V, E)$ in Adjazenzlistendarstellung und eine Kantengewichtung $c : E \rightarrow \mathbb{R}_+$

OUTPUT: Matching

```
1: Setze  $M_0 = \emptyset$ ,  $M_1 = \emptyset$  und  $i = 0$ .
2: if  $E = \emptyset$  then
3:   return  $G$  besitzt nur das leere Matching
4: end if
5: while  $E \neq \emptyset$  do
6:   wähle eine beliebige Ecke  $u \in V$ 
7:   while  $u$  hat einen Nachbarn  $v$  do
8:     wähle eine Kante  $e = \{u, v\}$  mit  $v \in V$  und maximalen Gewicht  $c(e)$  unter allen Kanten in  $\delta(u)$ 
9:      $M_i := M_i \cup \{e\}$ 
10:     $i := 1 - i$ 
11:    lösche  $u$  aus  $G$  ( $G := G - u$ )
12:     $u := v$ 
13:   end while
14: end while
15: if  $c(M_0) \geq c(M_1)$  then
16:   return  $M_0$ 
17: else
18:   return  $M_1$ 
19: end if
```

Zeigen Sie, dass der PGA-Matching Algorithmus ein $\frac{1}{2}$ -Approximationsalgorithmus für die Bestimmung gewichtsmaximaler Matchings ist.

Aufgabe G2 (Modellierung)

Es gibt eine Menge (C) von Verbrauchern die an neue Versorgungseinrichtungen angebunden werden müssen. Die Menge potenzieller Standorte für Versorgungseinrichtungen sei F . Für die Eröffnung einer Versorgungseinrichtung (i) entstehen Kosten in Höhe von f_i und das Verbinden des Verbrauchers j mit der Versorgungseinheit i verursacht Kosten von c_{ij} . Nehmen Sie an, dass die Verbindungskosten metrisch sind. Es soll entschieden werden, an welchen Standorten tatsächlich Versorgungseinrichtungen gebaut werden sollen, sodass die entstehenden Kosten so gering wie möglich bleiben. Modellieren Sie dieses Problem als ILP.

Aufgabe G3

Planen Sie einen Hausbau, der durch folgende Tabelle beschrieben wird:

Vorgang	Dauer (in Tagen)	Vorgänger (muss vor Vorgang fertig sein)
A: Finanzierungspartner sichern	14	–
B: Grundstück wählen	8	–
C: Finanzierung wählen	5	A
D: Grundstück kaufen	26	A und B
E: Bauplan erstellen	30	B

- Wie lange beträgt die kürzest mögliche Gesamtdauer des Projektes?
- Was sind jeweils die frühest und die spätest möglichen Startzeiten für die einzelnen Projektschritte, mit der die optimale Gesamtdauer des Projektes eingehalten werden kann?
- Bei welchen Vorgängen darf es auf keinen Fall zu Verzögerungen kommen, da sich sonst auf jeden Fall die Gesamtdauer des Projektes erhöht?