

# Lineare Algebra für Physiker

## 13. Übungsblatt



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Fachbereich Mathematik  
Prof. Dr. Matthias Schneider  
Dr. Silke Horn  
Dipl.-Math. Dominik Kremer

SS 2013  
16./19. Juli 2013

**Hinweis:** In der Gruppenübung wird diese Woche auch die Probeklausur besprochen. Sie sind herzlich eingeladen, Ihre Fragen zu den Aufgaben dort einzubringen.

### Gruppenübung

#### Aufgabe G1 (Der Satz vom Fußball)

Betrachten Sie ein Fußballspiel, das in zwei Halbzeiten von je 90 Minuten zwischen zwei Mannschaften ausgetragen wird. Auf dem Spielfeld gibt es einen Anstoßpunkt, auf den zu Beginn jeder der beiden Halbzeiten ein perfekt runder Fußball aufgelegt wird. Zeigen Sie den *Satz vom Fußball*: Es gibt zwei Punkte auf dem Fußball, die zu Spielbeginn und zur Halbzeit genau an der gleichen Stelle liegen.

*Tipp:* Was hat das mit Eigenwerten von Abbildungen aus  $SO(3)$  zu tun?

#### Aufgabe G2 (Hauptsatz über reelle orthogonale Matrizen)

Sei

$$A = \frac{1}{a} \begin{pmatrix} b & 0 & 4 \\ c & 5 & 0 \\ -d & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

mit  $a > 0$  und  $b, c, d \geq 0$ .

- Wählen Sie die Parameter  $a, b, c, d$  so, dass  $A$  eine orthogonale Matrix wird.
- Ist  $A$  über  $\mathbb{R}$  oder  $\mathbb{C}$  diagonalisierbar?
- Finden Sie eine orthogonale Matrix  $Q$ , so dass

$$Q^T A Q = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t & 0 \\ \sin t & \cos t & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

mit  $t \in [0, 2\pi)$  und  $\lambda \in \{-1, 1\}$  gilt.