

# Einführung in die Optimierung

## 7. Übungsblatt



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Fachbereich Mathematik  
Prof. Dr. Stefan Ulbrich  
Dipl.-Math. Madeline Lips

WS 2012/13  
06./07.12.2012

### Gruppenübung

#### Aufgabe G1 (Basislösungen)

Gegeben sei das lineare Optimierungsproblem

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ \text{s.t.} \quad & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

Zeigen Sie: Besitzt das obige LP eine nicht-degenerierte optimale Basislösung, so besitzt das dazu duale LP eine eindeutige Optimallösung.

#### Aufgabe G2 (Simplexalgorithmus)

Lösen Sie folgendes lineares Optimierungsproblem mit Hilfe des Simplexalgorithmus

$$\begin{aligned} \max \quad & 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 \\ \text{s.t.} \quad & 2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 5 \\ & 4x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 11 \\ & 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 8 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

#### Aufgabe G3 (Modellierung)

Ein Landwirt möchte höchstens 100 ha Land bepflanzen, und zwar mit Kartoffeln, Weizen und Rüben. Die benötigten Daten sind in folgender Tabelle zusammengefasst

	Kartoffeln	Weizen	Rüben	Zur Verfügung stehen
Anbaukosten [TDEu/ha]	1	2	1	110 TDEu
Arbeitstage [Tg/ha]	1	3	2	160 Arb.Tg.
Reingewinn [TDEu/ha]	13	12	14	

Wie viel ha soll er mit Kartoffeln, wie viel mit Weizen und wie viel mit Rüben bepflanzen, um einen optimalen Gewinn zu erzielen?

Erstellen Sie ein mathematisches Modell zu diesem Optimierungsproblem.

### Hausübung

#### Aufgabe H1 (Ecken & Basen)

Gegeben sei folgendes Polyeder:

$$\begin{aligned} 11x_1 &\leq 35 \\ 3x_1 + 5x_2 &\leq 15 \\ 2x_1 + 7x_2 &\leq 14 \\ x_1, x_2 &\geq 0. \end{aligned}$$

Bestimmen Sie alle Ecken des Polyeders, sowie alle dazugehörigen Basen und Basislösungen. Geben Sie außerdem an, welche Ecken entartet sind.

---

**Aufgabe H2** (Simplexalgorithmus)

Lösen Sie folgendes lineares Optimierungsproblem mit Hilfe des Simplexalgorithmus

$$\begin{aligned} \max \quad & 6x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 \\ \text{s.t.} \quad & 3x_1 \quad + 2x_3 - 4x_4 \leq 6 \\ & x_1 + 10x_2 + 5x_3 + 5x_4 \leq 2 \\ & -4x_1 - 6x_2 + 4x_3 \quad \geq -4 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{aligned}$$

**Aufgabe H3** (Modellierung)

- (a) Eine Nahrungsmittelfirma stellt aus Nüssen, Haferflocken und Rosinen drei Sorten Müsli (A,B,C) her. Die Mischungsverhältnisse sind wie folgt gegeben:

	A	B	C
Nüsse	3	1	2
Haferflocken	2	4	1
Rosinen	1	2	3

Beim Verkauf einer Einheit Müsli A erzielt die Firma einen Gewinn von 3 EURO, der Verkauf von B bringt 1 EURO, der Verkauf von C 2 EURO Gewinn. Die Firma kann maximal 6000E Nüsse, 13000E Haferflocken und 9000E Rosinen beschaffen. Ein Produktionsplan mit maximalem Gewinn soll bestimmt werden.

Modellieren Sie diese Problemstellung als Optimierungsproblem.

- (b) Aufgrund der Lieferverträge muss die Firma mindestens doppelt so viel Einheiten Müsli B wie Müsli A herstellen. Wird weniger als 600E Müsli C produziert, dann soll die Produktion von Müsli B mindestens 300E betragen. Modellieren Sie diese Anforderungen als zusätzliche Nebenbedingungen des Problems aus Aufgabenteil (a).