restart;

Aufgabe 1: Lineare Gleichungssysteme

$G1 := 2\cdot x + 8\cdot y + 4\cdot z = 7;$

$$2\,x + 8\,y + 4\,z = 7 \quad (1.1)$$

$G2 := 6\cdot x + 2\cdot y + 4\cdot z = 9;$

$$6\,x + 2\,y + 4\,z = 9 \quad (1.2)$$

$G3 := x + z = 8;$

$$x + z = 8 \quad (1.3)$$

$G4 := 3\cdot x + 8\cdot y + 5\cdot z = 15;$

$$3\,x + 8\,y + 5\,z = 15 \quad (1.4)$$

$G5 := 3\cdot x + 8\cdot y + 5\cdot z = 9;$

$$3\,x + 8\,y + 5\,z = 9 \quad (1.5)$$

$solve(\{G1, G2, G3\});$

$$\left\{x = -\frac{67}{10}, y = -\frac{24}{5}, z = \frac{147}{10}\right\} \quad (1.6)$$

$solve(\{G1, G2\});$

$$\left\{x = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}\,y, y = y, z = -\frac{11}{4}\,y + \frac{3}{2}\right\} \quad (1.7)$$

$solve(\{G1, G2, G4, G3\});$

$$\left\{x = -\frac{67}{10}, y = -\frac{24}{5}, z = \frac{147}{10}\right\} \quad (1.8)$$

$solve(\{G1, G2, G5, G3\});$

$\Rightarrow$Dieses System hat keine Lösung.

Aufgabe 2: plot und plot3d

a)

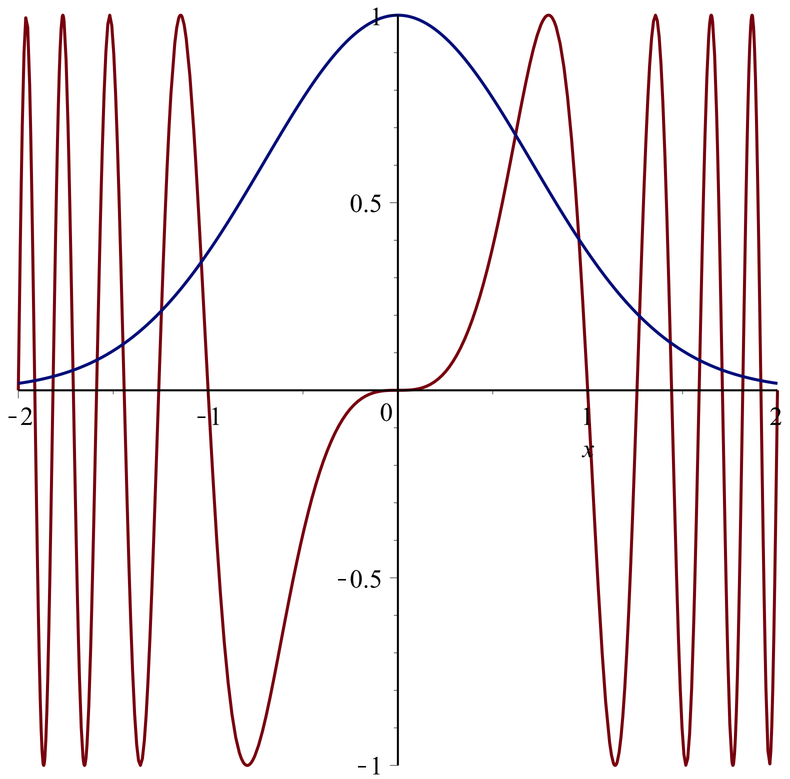
$f := x \rightarrow \sin(\pi\cdot x^3);$

$$x \rightarrow \sin(\pi\,x^3) \quad (2.1.1)$$

$g := x \rightarrow \mathrm{e}^{-x^2};$

$$x \rightarrow \mathrm{e}^{-x^2} \quad (2.1.2)$$

$plot([f(x), g(x)], x = -2..2);$



b)

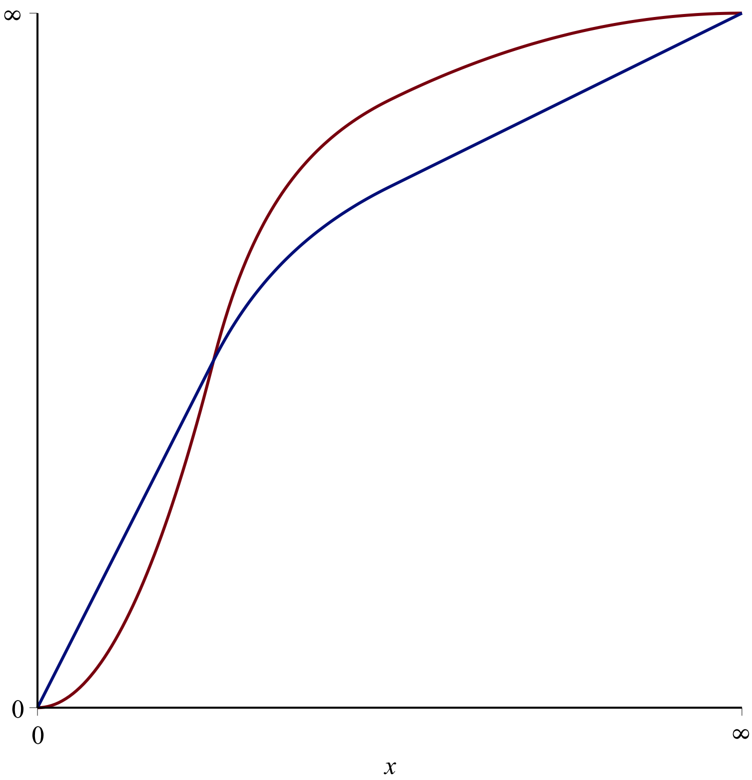
$h := x \rightarrow x^2;$

$$x \rightarrow x^2 \qquad \textbf{(2.2.1)}$$

$h'(x);$

$$2\,x \qquad \textbf{(2.2.2)}$$

$plot([h(x), h'(x)], x = 0 .. \infty);$

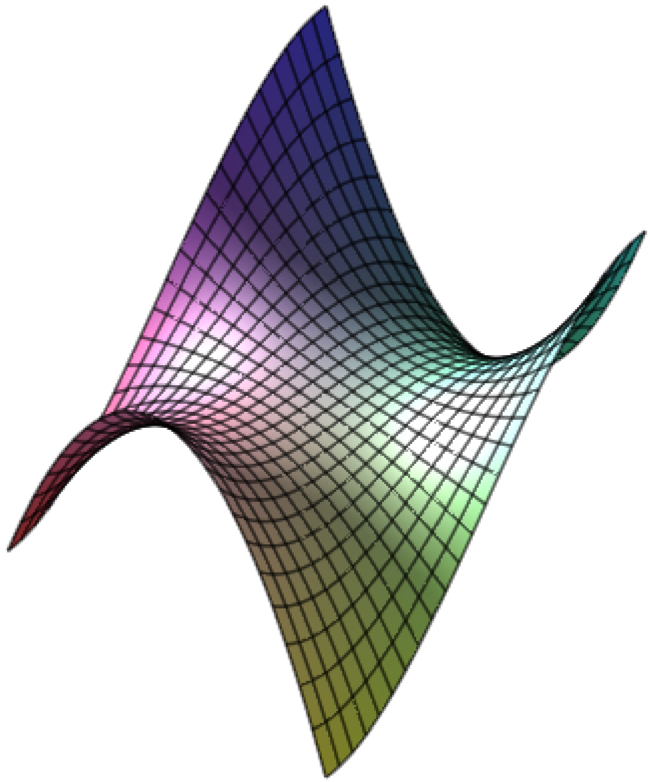


c)

$Affensattel := (x, y) \rightarrow x^3 - 3 \cdot x \cdot y^2;$

$$(x, y) \rightarrow x^3 - 3\,x\,y^2 \qquad \textbf{(2.3.1)}$$

$plot3d(Affensattel(x, y), x = -2\,..2, y = -2\,..2);$



Aufgabe 3: Kurvendiskussion

a)

$f := x \to \frac{x^2 + 5 \cdot x - 12}{2 \cdot x^2 - 12 \cdot x + 16};$

$$x \to \frac{x^2 + 5\,x - 12}{2\,x^2 - 12\,x + 16} \quad \textbf{(3.1.1)}$$

$g := x \to \pi^2 \cdot \left(e^{f(x) \cdot e^{-2}} - 1\right);$

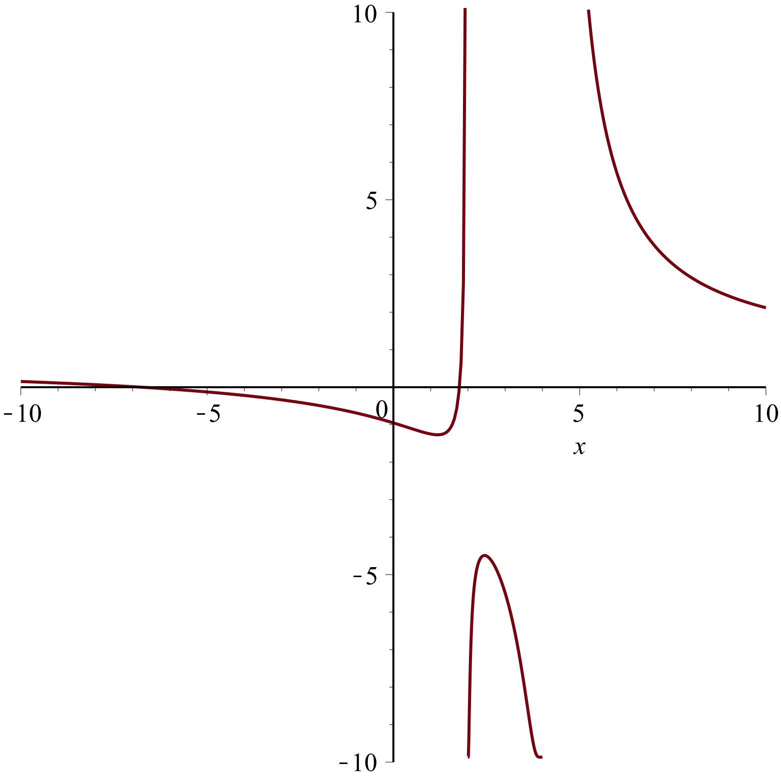
$$x \to \pi^2 \left(e^{f(x)\,e^{-2}} - 1\right) \quad \textbf{(3.1.2)}$$

$evalf(g(12));$

$$1.740341217 \quad \textbf{(3.1.3)}$$

b)

$plot(g(x), view = [-10..10, -10..10], discont);$



c)

g ist an allen Stellen definiert, an denen auch f definiert ist. Es ist also der Definitionsbereich von f zu bestimmen.

$solve(2 \cdot x^2 - 12 \cdot x + 16 \neq 0);$

$$\{x \neq 2, x \neq 4\} \tag{3.3.1}$$

g ist also auf $\mathbb{R} \setminus \{2,4\}$ definiert. (*Anmerkung:* Eigentlich sogar auf $\mathbb{C} \setminus \{2,4\}$.)

d)

$solve(g(x));$

$$-\frac{5}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{73}, -\frac{5}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{73} \tag{3.4.1}$$

e)

solve$(g'(x))$;

$$\frac{20}{11}+\frac{4}{11}\sqrt{3},\ \frac{20}{11}-\frac{4}{11}\sqrt{3} \tag{3.5.1}$$

evalf$\left(g''\left(\frac{20}{11}+\frac{4}{11}\sqrt{3}\right)\right)$;

$$-10.43595681 \tag{3.5.2}$$

$\Rightarrow$Maximum bei ($\frac{20}{11}+\frac{4}{11}\sqrt{3}$, g($\frac{20}{11}+\frac{4}{11}\sqrt{3}$)).

evalf$\left(g''\left(\frac{20}{11}-\frac{4}{11}\sqrt{3}\right)\right)$;

$$1.548225758 \tag{3.5.3}$$

$\Rightarrow$Minimum bei ($\frac{20}{11}-\frac{4}{11}\sqrt{3}$, g($\frac{20}{11}-\frac{4}{11}\sqrt{3}$)).

f)

solve$(g(x))$;

$$-\frac{5}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{73},\ -\frac{5}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{73} \tag{3.6.1}$$

evalf$\left(\left|\int_{-\frac{5}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{73}}^{-\frac{5}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{73}} g(x)\,\mathrm{d}x\right|\right)$;

$$4.296154214 \tag{3.6.2}$$

g)

limit$(g(x), x=-\infty)$;

$$\pi^2\sqrt{e^{e^{-2}}}-\pi^2 \tag{3.7.1}$$

limit$(g(x), x=2, \mathit{left})$;

$$\infty \tag{3.7.2}$$

limit$(g(x), x=2, \mathit{right})$;

$$-\pi^2 \tag{3.7.3}$$

limit$(g(x), x=4, \mathit{left})$;

$$-\pi^2 \tag{3.7.4}$$

limit$(g(x), x=4, \mathit{right})$;

$$\infty \tag{3.7.5}$$

limit$(g(x), x=\infty)$;

$$\pi^2 \sqrt{e^{e^{-2}}} - \pi^2 \quad \textbf{(3.7.6)}$$

Aufgabe 4: Listen und Mengen in Maple

b)

with(*numtheory*) :

Möglichkeiten zur Lösung des Problems sind z.B.:

divisors(23545800) **intersect** *divisors*(25491186) **intersect** *divisors*(229420674);

$$\{1, 2, 3, 6, 9, 18, 127, 254, 381, 762, 1143, 2286\} \quad \textbf{(4.1.1)}$$

divisors(23545800) ∩ *divisors*(25491186) ∩ *divisors*(229420674);

$$\{1, 2, 3, 6, 9, 18, 127, 254, 381, 762, 1143, 2286\} \quad \textbf{(4.1.2)}$$

divisors(*igcd*(23545800, 25491186, 229420674));

$$\{1, 2, 3, 6, 9, 18, 127, 254, 381, 762, 1143, 2286\} \quad \textbf{(4.1.3)}$$

c)

$$M := \left[solve\left(x^4 - 4 \cdot x^3 \cdot \pi + \frac{26}{9} \cdot x^2 \cdot \pi^2 + \frac{4}{9} \cdot x \cdot \pi^3 - \frac{1}{3} \cdot \pi^4 \right) \right];$$

$$\left[\pi, 3\,\pi, \frac{1}{3}\,\pi, -\frac{1}{3}\,\pi \right] \quad \textbf{(4.2.1)}$$

i)

map(sin, *M*);

$$\left[0, 0, \frac{1}{2}\sqrt{3}, -\frac{1}{2}\sqrt{3} \right] \quad \textbf{(4.2.1.1)}$$

ii)

sin~(*M*);

$$\left[0, 0, \frac{1}{2}\sqrt{3}, -\frac{1}{2}\sqrt{3} \right] \quad \textbf{(4.2.2.1)}$$