Lineare Algebra II
13. Übungsblatt

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Fachbereich Mathematik
Dr. habil. Matthias Schneider
Dr. Silke Horn
Dipl. Math. Dominik Kremer

WS 2012/13
4./5. Februar 2013

Gruppenübung

Aufgabe G1
Es sei A eine 3×3-Matrix, die nur die Eigenwerte 0 und 1 besitzt.
Geben Sie alle möglichen Jordanschen Normalformen an, die zu A gehören könnten. Dabei sieht man Normalformen, die nur durch ein Vertauschen der Vektoren in der zugehörigen Jordanbasis auseinander hervorgehen als gleich an.

Aufgabe G2
Es seien $A_1,\ A_2, \ldots, A_8 \in M_5(\mathbb{C})$ komplexe 5×5-Matrizen, die alle den Eigenwert $\lambda \in \mathbb{C}$ haben und keinen weiteren. Zeigen Sie, dass mindestens zwei der Matrizen $A_1, A_2, \ldots, A_8$ zueinander ähnlich sind.

Aufgabe G3
Betrachten Sie die folgenden komplexen quadratischen Matrizen.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ i & 1 & 0 & 0 \\ i & 0 & 2 & 0 \\ i & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 11 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & i & 7 \\ i & 1 & 9 & i \\ 0 & 0 & 3 & 39 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie jeweils die Jordansche Normalform.

Aufgabe G4
Sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -3 & -2 \\ -2 & 3 & 5 & 2 \\ -1 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie eine reguläre Matrix S und eine Matrix J in Jordannormalform mit $A = SJS^{-1}$.
Hinweis: Das charakteristische Polynom von A ist $p_A = (2 - x)^4$.