

Mathematik 1 für Bauwesen

12. Übungsblatt



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Fachbereich Mathematik

Dr. Ivan Izmestiev

Dr. Vince Bárány, M.Sc. Julia Plehnert

Wintersemester 2011/2012

25./26.01.20

Gruppenübung

Aufgabe G1 (Partialbruchzerlegung)

Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegungen folgender Funktionen.

(a)

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x^2 + x - 6}.$$

(b)

$$g(x) = \frac{x}{(x + 1)^3}.$$

Aufgabe G2

Entscheiden Sie, ob die folgenden Integrale konvergieren und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Wert:

(a)

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \tan x \, dx$$

(b)

$$\int_0^{+\infty} x e^{-x} \, dx$$

(c)

$$\int_0^{\infty} \frac{x}{(x^2 + 1)^3} \, dx$$

Aufgabe G3

Mit Hilfe von $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} \, dx = \sqrt{2\pi}$ beweisen Sie: Für alle $\mu, \sigma \in \mathbb{R}$ gilt

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}} \, dx = \sigma \sqrt{2\pi}.$$

Aufgabe G4 (Zusatzaufgabe)

Finden Sie die Partialbruchzerlegung von $\frac{1}{x^4+1}$.

Aufgabe G5 (Zusatzaufgabe)

Entscheiden Sie, ob die folgenden Integrale konvergieren und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Wert:

(a)

$$\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x}$$

(b)

$$\int_3^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x \ln(\ln x)}$$

(c)

$$\int_2^{\infty} \frac{1}{x \ln^2(x)} dx.$$

Hausübung

Aufgabe H1

(8 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Integrale:

(a) (4 Punkte) $\int \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 2x - 8} dx,$

(b) (4 Punkte) $\int \frac{1}{1 + \sin x} dx.$

Aufgabe H2

(6 Punkte)

Entscheiden Sie, ob die folgenden Integrale konvergieren und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Wert:

(a) (3 Punkte)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$$

(b) (3 Punkte)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 9}.$$

Aufgabe H3

(6 Punkte)

Mit Hilfe des Vergleichskriteriums entscheiden Sie, ob die folgenden Integrale konvergieren.

(a) (3 Punkte)

$$\int_0^{100} \frac{dx}{\sqrt{x} + x^3},$$

(b) (3 Punkte)

$$\int_{100}^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x} + x^3}.$$