

# Mathematik 1 für Bauwesen

## Übungsblatt 8



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Fachbereich Mathematik  
Dr. Ivan Izmestiev  
Dr. Vince Bárány  
M.Sc. Julia Plehnert

Wintersemester 2011/2012  
12. Dezember 2011

### Gruppenübungen

#### Aufgabe 8.1

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte, falls sie existieren:

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - 1}{x - 1}$

d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x(x+1)} - x)$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$

e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1 - x^2}{x^4}$

c)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$

f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{x}$

#### Aufgabe 8.2

Mit Hilfe des Bisektionsverfahrens bestimmen Sie die Nullstelle des Polynoms  $x^3 - 3x + 1$  auf dem Intervall  $(1, 2)$  auf  $10^{-2}$  genau. Wie viele Nullstellen hat das Polynom  $x^3 - 3x + 1$ ?

#### Aufgabe 8.3

Zeigen Sie, dass die folgenden Funktionen stetig sind! Überprüfen Sie jeweils, ob die Funktionen auf ganz  $\mathbb{R}$  bzw. auf  $[-1, 1]$  stetig fortsetzbar sind!

a)  $f(x) = \frac{x^6 - 1}{x^4 - 1}, \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$

b)  $h(x) = x \cdot \cos \frac{1}{x}, \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

### Zusatzaufgaben

#### Aufgabe 8.4

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte, falls sie existieren:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin x)}{x}$  (Hinweis:  $\frac{\sin(\sin x)}{x} = \frac{\sin(\sin x)}{\sin x} \cdot \frac{\sin x}{x}$ )

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}$

---

### Aufgabe 8.5

---

Zeigen Sie, dass die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{wenn } x \notin \mathbb{Q}, \\ \frac{1}{n}, & \text{wenn } x = \frac{m}{n} \text{ mit teilerfremden } m \text{ und } n \end{cases}$$

an jeder irrationalen Stelle stetig und an jeder rationalen Stelle unstetig ist.

---

### Hausaufgaben

---

#### Aufgabe 8.6

12 Punkte

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte, falls sie existieren:

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x + \sin x}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 2x}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$

e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_{10}(1+10x)}{x}$

c)  $\lim_{t \rightarrow 1} \frac{t-1-\ln t}{(\ln t)^2}$

f)  $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{x^2-5x+10}{x^2-25}$

---

#### Aufgabe 8.7

4 Punkte

Zeigen Sie, dass die Funktion  $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{x}$  eine stetig hebbare Definitionslücke bei  $x = 0$  hat.

---

#### Aufgabe 8.8

4 Punkte

Finden Sie die Asymptoten des Graphen der Funktion  $f(x) = \frac{x^3+1}{x^2+1}$ .

---

**Abgabetermin der Hausübungen:** 21. bzw. 22. Dezember 2011 zu Beginn der Übung.

---