

Mathematik 1 für Bauwesen

Übungsblatt 4



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Fachbereich Mathematik
Dr. Ivan Izmestiev
Dr. Vince Bárány
M.Sc. Julia Plehnert

Wintersemester 2011/2012
11. November 2011

Gruppenübungen

Aufgabe 4.1

Skizzieren Sie den Graphen der Funktion $f(x) = x^3 - x + 2$. Wie viele lokale Extrema und wie viele Nullstellen hat diese Funktion?

Aufgabe 4.2

Für jede der folgenden Zahlen finden Sie die modulo 2π kongruente Zahl im Intervall $[0, 2\pi)$:

$$\frac{7\pi}{3}, \quad 9, \quad -\frac{2\pi}{3}, \quad 2011$$

Aufgabe 4.3

Zeigen Sie:

$$\cos 2\phi = 2 \cos^2 \phi - 1 = 1 - 2 \sin^2 \phi$$

Aufgabe 4.4

Berechnen Sie $\cos \frac{\pi}{8}$. (Geben Sie eine Formel an, die nur ganze Zahlen, arithmetische Operationen und Wurzelziehen benutzt.)

Hinweis: Benutzen Sie eine der Formeln aus der Aufgabe 4.3.

Zusatzaufgaben

Aufgabe 4.5

Mit Hilfe der Formeln

$$\cos \phi = \frac{e^{i\phi} + e^{-i\phi}}{2}, \quad \sin \phi = \frac{e^{i\phi} - e^{-i\phi}}{2i}$$

beweisen Sie die Doppelwinkelformel $\sin 2\phi = 2 \sin \phi \cos \phi$.

Aufgabe 4.6

Zeigen Sie:

$$\cot \phi + \cot \psi = \frac{\sin(\phi + \psi)}{\sin \phi \sin \psi}$$

(Erinnerung: $\cot \phi := \frac{\cos \phi}{\sin \phi}$.)

Aufgabe 4.7

Zeigen Sie, dass $\cos \frac{\pi}{9}$ eine Wurzel der Gleichung

$$8x^3 - 6x - 1 = 0$$

ist. Finden sie auch die zwei andere Wurzeln dieser Gleichung.

Hinweis: $\cos 3\phi = \dots$, siehe den Abschnitt über die Moivresche Formel.

Hausaufgaben

Aufgabe 4.8

5 Punkte

Schreiben Sie alle 6-ten Wurzeln aus 1 in der Form $x + iy$.

Aufgabe 4.9

5 Punkte

Finden Sie die Koordinaten des Symmetriepunktes des Graphen der Funktion

$$g(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$$

Aufgabe 4.10

5 Punkte

Schreiben Sie

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1}$$

als Quotient zweier Polynome. Finden Sie den Definitionsbereich und die Nullstellen dieser Funktion.

Aufgabe 4.11

5 Punkte

Berechnen Sie

$$\sin \frac{5\pi}{12}, \quad \cos \frac{5\pi}{12}$$

(Geben Sie Formeln an, die nur ganze Zahlen, arithmetische Operationen und Wurzelziehen benutzen.)

Abgabetermin der Hausübungen: 23. bzw. 24. November 2011 zu Beginn der Übung.
