Mathematik 1 für Bauwesen
Übungsblatt 3

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Fachbereich Mathematik
Dr. Ivan Izmestiev
Dr. Vince Bárány
M.Sc. Julia Plehnert

Wintersemester 2011/2012
4. November 2011

Gruppenübungen

Aufgabe 3.1

Mit Hilfe des binomischen Lehrsatzes lösen Sie die Klammern in folgenden Ausdrücken auf:

$$a)\quad (x-2y)^4 \qquad\qquad b)\quad (x+0,1)^5$$

Aufgabe 3.2

a) Berechnen Sie $1,01^{20}$ mit dem Taschenrechner und vergleichen Sie das Ergebnis mit der Approximation $(1+\varepsilon)^n \approx 1+n\varepsilon$.

b) Machen Sie das Gleiche mit $1,01^{200}$.

c) Warum liefert $(1+\varepsilon)^n \approx 1+n\varepsilon$ im zweiten Fall eine schlechtere Approximation?

Aufgabe 3.3

Berechnen Sie $i(2+3i)$, $\dfrac{1-i}{1+i}$, und $\dfrac{2+3i}{i}$. (Schreiben Sie die Ergebnisse in der Form $x+iy$.)

Aufgabe 3.4

Lösen Sie die Gleichung $z^2-2z+3=0$ in $\mathbb{C}$.
(Das heißt, finden Sie die komplexen Wurzeln dieser Gleichung.)

Zusatzaufgaben

Aufgabe 3.5

Man wirft 3 Würfel. Berechnen Sie:

a) die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei Würfel die gleiche Zahl zeigen;

b) die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens ein Würfel die “6” zeigt.

Aufgabe 3.6

Beweisen Sie, dass für alle $z \in \mathbb{C}$ gilt:

$$z + \overline{z} = 2\,\mathrm{Re}\,z \qquad \text{und} \qquad z - \overline{z} = 2i\,\mathrm{Im}\,z\ .$$

Aufgabe 3.7

Seien $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ und seien v_1, v_2 die entsprechende Vektoren der Ebene $\mathbb{R}^2$. Zeigen Sie, dass

$$\overline{z_1} z_2 \;=\; \langle v_1, v_2 \rangle \;+\; i\,(v_1 \times v_2)\ ,$$

wobei $v_1 \times v_2$ das Kreuzprodukt in der Ebene bezeichnet.

Hausaufgaben

Aufgabe 3.8 — 5 Punkte

Beweisen Sie die Ungleichung

$$(1+x)^n + (1-x)^n \;\geq\; 2 + n(n-1)x^2$$

für alle $x \in \mathbb{R}$ und alle $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 3.9 — 5 Punkte

Berechnen Sie

a) (2 Punkte) $\dfrac{1}{1+i} + \dfrac{1}{1-i}$

b) (3 Punkte) $(1+i)^3 + (1-i)^3$

und schreiben Sie die Ergebnisse in der Form $x + iy$.

Aufgabe 3.10 — 5 Punkte

a) (2 Punkte) Sei $z = 2 + 2i$. Bestimmen Sie $|z|$ und $\arg z$.

b) (3 Punkte) Markieren Sie auf der komplexen Zahlenebene die Zahl z mit $|z| = 1$ und $\arg z = \frac{\pi}{6}$ und schreiben Sie diese Zahl in der Form $x + iy$.

Aufgabe 3.11 — 5 Punkte

Lösen Sie die Gleichung $z^2 + z + \frac{1}{2} = 0$ in $\mathbb{C}$.

Abgabetermin der Hausübungen: 16. bzw. 17. November 2011 zu Beginn der Übung.