

# AL Sequenzenkalkül K

für AL mit  $\neg, \vee, \perp$  (ohne  $\wedge, \top$ )

(V) $\frac{}{\varphi; \varphi}$	( $\perp$ ) $\frac{}{\perp; \varphi}$
(A) $\frac{\Gamma; \varphi}{\Gamma, \Gamma'; \varphi}$	
(VA) $\frac{\Gamma, \varphi_1; \varphi \quad \Gamma, \varphi_2; \varphi}{\Gamma, (\varphi_1 \vee \varphi_2); \varphi}$ (VS) $\frac{\Gamma; \varphi_i}{\Gamma; (\varphi_1 \vee \varphi_2)} \quad (i = 1, 2)$	
(FU) $\frac{\Gamma, \psi; \varphi \quad \Gamma, \neg\psi; \varphi}{\Gamma; \varphi}$ (W) $\frac{\Gamma, \neg\varphi; \psi \quad \Gamma, \neg\varphi; \neg\psi}{\Gamma; \varphi}$	

## Beispiele für nützliche abgeleitete Regeln

Ableitung der Sequenzen(regeln) für

- *verum*:  $\Gamma; \neg\perp$
- *Doppelnegation*:  $\varphi; \neg\neg\varphi$  und  $\neg\neg\varphi; \varphi$
- *modus ponens (1)*:  $\varphi, (\varphi \rightarrow \psi); \psi$

- (0)  $\frac{\Gamma, \neg\perp; \neg\perp \quad \Gamma, \perp; \neg\perp}{\Gamma; \neg\perp}$  (FU) mit Prämissen aus (V), ( $\perp$ ), (A)
- (1)  $\frac{\neg\neg\varphi, \neg\varphi; \neg\varphi \quad \neg\neg\varphi, \neg\varphi; \neg\neg\varphi}{\neg\neg\varphi; \varphi}$  (W) aus (V), (A)
- (2)  $\frac{\varphi, \neg\varphi, \neg\psi; \varphi \quad \varphi, \neg\varphi, \neg\psi; \neg\varphi}{\varphi, \neg\varphi; \psi}$  (W) aus (V), (A)
- (3)  $\frac{\varphi, \neg\varphi; \neg\neg\varphi \quad \varphi, \neg\neg\varphi; \neg\neg\varphi}{\varphi; \neg\neg\varphi}$  (FU) aus (2), (V), (A)
- (4)  $\frac{\varphi, \psi; \psi \quad \varphi, \neg\varphi; \psi}{\varphi, (\neg\varphi \vee \psi); \psi}$  (VA) aus (V), (A), (2)

- Varianten von *Widerspruch* und *ex falso quodlibet*

$$\frac{\frac{\Gamma; \psi}{\Gamma, \neg\varphi; \psi} \text{ (A)} \quad \frac{\Gamma; \neg\psi}{\Gamma, \neg\varphi; \neg\psi} \text{ (A)}}{\Gamma; \varphi} \text{ (W)} \quad \rightsquigarrow \quad \frac{\Gamma; \psi \quad \Gamma; \neg\psi}{\Gamma; \varphi} \text{ (W')}$$

$$\frac{\frac{\Gamma; \perp}{\Gamma, \neg\varphi; \perp} \text{ (A)} \quad \frac{\Gamma; \neg\perp}{\Gamma, \neg\varphi; \neg\perp} \text{ (A) auf (0)}}{\Gamma; \varphi} \text{ (W)} \quad \rightsquigarrow \quad \frac{\Gamma; \perp}{\Gamma; \varphi} \text{ (EFQ)}$$

- *modus ponens (2)*  $\frac{\Gamma; \varphi \quad \Gamma; (\neg\varphi \vee \psi)}{\Gamma; \psi}$  (als Übung!)