Lineare Algebra II für Physiker
2. Übungsblatt

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Martin Ziegler
Carsten Rösnick

SS 2012
30.04.2011

Abgabe des 2. Übungsblattes ist am **Mittwoch, den 09.05.12, bis 12 Uhr** (wie auf der Veranstaltungsseite beschrieben) in den jeweiligen Kästen in S2|15, 2. Etage.
Bewertet werden die Hausübungen; bei Aufgaben versehen mit einem ($\star$) handelt es sich um *Bonusaufgaben*, durch die Sie sich zusätzliche Punkte erarbeiten können.

Gruppenübung

Aufgabe G1
Berechnen Sie den Rang folgender Matrizen und entscheiden Sie, ob die zugehörige Abbildung bzgl. der jeweiligen Standardbasis injektiv, surjektiv oder bijektiv ist.

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \\ 10 & 0 & 5 \\ 14 & 0 & 7 \end{pmatrix}, \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}, \quad C := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & -6 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe G2
Sei

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 6 \\ 3 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

Zeigen Sie, dass A invertierbar ist und berechnen Sie die Inverse mit dem in Abschnitt 3.15 vorgestellten Verfahren und mit Hilfe der Matrizen S_I^λ, S_{II}^λ und S_{III}.

Aufgabe G3

(a) Bestimmen Sie die Lösungsmenge des homogenen LGS

$$\begin{aligned} x_2 + 3x_3 &= 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 &= 0 \end{aligned}$$

mit dem in der Vorlesung vorgestellten Verfahren über die Koeffizientenmatrix.

(b) Bestimmen Sie die Lösungsmenge des homogenen LGS

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 &= 0 \\ x_1 - x_4 &= 0 \end{aligned}$$

mit dem in der Vorlesung vorgestellten Verfahren über die Koeffizientenmatrix.

Hausübung

Aufgabe H1 (1+1+1+1 Punkte)

Berechnen Sie den Rang folgender Matrizen und entscheiden Sie, ob die zugehörige Abbildung bzgl. der jeweiligen Standardbasis injektiv, surjektiv oder bijektiv ist.

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 7 \\ 3 & 8 & 4 & 2 \\ 9 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad C := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -6 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad D := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 6 & 12 & 18 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe H2 (2+2 Punkte)

Sei

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 9 & 6 \\ 7 & 8 & 60 \end{pmatrix}$$

Zeigen Sie, dass A invertierbar ist und berechnen Sie die Inverse mit dem in Abschnitt 3.15 vorgestellten Verfahren und mit Hilfe der Matrizen S_I^λ, S_{II}^λ und S_{III}.

Aufgabe H3 (2+2 Punkte)

(a) Bestimmen Sie die Lösungsmenge des homogenen LGS

$$\begin{aligned} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 &= 0 \\ 4x_1 + 3x_2 + 1x_3 &= 0 \\ 1x_1 + 2x_2 &= 0 \end{aligned}$$

mit dem in der Vorlesung vorgestellten Verfahren über die Koeffizientenmatrix.

(b) Bestimmen Sie die Lösungsmenge des homogenen LGS

$$\begin{aligned} 1x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 &= 0 \\ 2x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 &= 0 \end{aligned}$$

mit dem in der Vorlesung vorgestellten Verfahren über die Koeffizientenmatrix.