Wozu reine Mathematik?

Mathematisierung der Wissenschaften im historischen Wandel

Vortrag Seminar “Wissenschaftstheorie” am 10. Januar 2012 von Jonathan Weinberger

Zusammenfassung

Das 20. Jahrhundert bedeutet für die Mathematik eine Neuorientierung. Sie entwickelt erstmals Ansätze für solide axiomatische Grundlagen. Damit einher gehen methodischen Veränderungen, welche die heute geläufige Unterteilung in “reine” und “angewandte” Mathematik zur Folge haben. Was bedeutet dies für das Verständnis, die Wahrnehmung und Förderung der Mathematik als Wissenschaft?
In der Physik und den Ingenieurswissenschaften sind noch heute Theorien und Berechnungen üblich, die mit mathematisch nicht gültig definierten Größen arbeiten und dennoch korrekte Ergebnisse liefern. Wozu also rigorose Formalisierung? Selbst viele reine Mathematiker bleiben in ihrem Forschungsalltag weitgehend unbeeinflusst von Resultaten aus Logik und Mengenlehre. Wozu also axiomatische Grundlagenforschung?

1 Was ist reine Mathematik?

- Reine Mathematik in Abgrenzung zu angewandter Mathematik: gegenstands- vs. methodikorientierte Definition
- Experimentelle Mathematik als dritte Säule?

2 Wie entstand reine Mathematik?

- Waren Newton, Leibniz und Gauß reine Mathematiker? (1640 - 1860)
- Grundlagenkrise (1903 - 1930): Philosophien von Russell/Whitehead, Hilbert und Brouwer
- Strukturalismus (ab 1934): Axiomatik von Bourbaki

3 Was nützt reine Mathematik?

3.1 Intrinsische Entwicklung

- Das Erbe der Algebra: Fermats Problem (um 1600 - 1665) und Galois’ Theorie (1811 - 1832)
- Wozu Epsilontik? Warum das intuitive Rechnen mit Infinitesimalen funktioniert
- Russellsche Antinomie und Gödelsche Unvollständigkeit – Warum es wichtigere Probleme gibt

3.2 Extrinsische Entwicklung

- Renormierung in der Quantenfeldtheorie – Die Notwendigkeit vom Rechnen mit divergenten Integralen
- Analysis mit Distributionen – Funktionen, die keine sind
- Relativitätstheorie – Geometrie ohne Axiome
- Kryptologie ohne Algebra

3.3 Didaktische Entwicklung

- Schulmathematik – Intuition statt Definition
- Wem nützen Beweis- und Kategorientheorie?

Literatur

[1] ALTEN, H. W. *4000 Jahre Algebra*. Springer-Verlag, 2005.

[2] BAILEY, D. H. *Exploratory Experimentation and Computation*. The American Mathematical Monthly, vol. 58, No. 10, November 2011.

[3] BLECHMAN, A. E. *Renormalization: Our Greatly Misunderstood Friend*. `http://www.pha.jhu.edu/~sblechman/papers/renormalization/`, 2002.

[4] FRANZEN, T. *Goedel's Theorem. An incomplete guide to its use and abuse*. Wellesley, Massachusetts, 2005.

[5] JAHNKE, H. N. *Geschichte der Analysis*. Spektrum Akademischer Verlag, 1999.

[6] OTTE, M. *Mathematiker ueber die Mathematik*. Springer-Verlag, 1974.