

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

Wozu reine Mathematik?

Mathematisierung der Wissenschaften im historischen
Wandel

Jonathan Weinberger

10. Januar 2012, Seminar “Wissenschaftstheorie”

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

1 Einleitung

2 Was ist reine Mathematik?

3 Wie entstand reine Mathematik?

4 Was nützt reine Mathematik? – Diskussion

Einleitung – Zwei gegenläufige Thesen?

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

“There is no branch of mathematics, however abstract, which may not someday be applied to the phenomena of the real world.”

Nikolaj Lobachevskij (1792 - 1856)

Einleitung – Zwei gegenläufige Thesen?

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

“There is no branch of mathematics, however abstract, which may not someday be applied to the phenomena of the real world.”

Nikolaj Lobachevskij (1792 - 1856)

“God does not care about our mathematical difficulties – He integrates empirically.”

Albert Einstein (1879 - 1955)

Einleitung – Zwei gegenläufige Thesen?

Wozu reine
Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

*"There is no branch of mathematics, however
abstract, which may not someday be applied to the
phenomena of the real world."*

Nikolaj Lobachevskij (1792 - 1856)

Einleitung – Zwei gegenläufige Thesen?

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

*"There is no branch of mathematics, however
abstract, which may not someday be applied to the
phenomena of the real world."*

Nikolaj Lobachevskij (1792 - 1856)

- Suche nach "Algebra" in Titeln von ESI-Preprints: 192 von 2346 Treffern (~ 8.18%)

Einleitung – Zwei gegenläufige Thesen?

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

*“There is no branch of mathematics, however
abstract, which **may** not someday be applied to the
phenomena of the real world.”*

Nikolaj Lobachevskij (1792 - 1856)

- Suche nach “Algebra” in Titeln von ESI-Preprints: 192 von 2346 Treffern (~ 8.18%)
- Trotz dieses Ergebnisses: Ist abstrakte Mathematik notwendig ...

Einleitung – Zwei gegenläufige Thesen?

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

*“There is no branch of mathematics, however
abstract, which **may** not someday be applied to the
phenomena of the real world.”*

Nikolaj Lobachevskij (1792 - 1856)

- Suche nach “Algebra” in Titeln von ESI-Preprints: 192 von 2346 Treffern ($\sim 8.18\%$)
- Trotz dieser Ergebnisse: Ist abstrakte Mathematik notwendig ...
- ... für die eigentliche Physik, d.h. die reale Welt?

Einleitung – Zwei gegenläufige Thesen?

Wozu reine
Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

“God does not care about our mathematical difficulties – He integrates empirically.”

Albert Einstein (1879 - 1955)

Auch, wenn Lobachevskij Recht hat, so widerspricht das nicht Einsteins Zitat.

Einleitung – Zwei gegenläufige Thesen?

Wozu reine
Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

“God does not care about our mathematical difficulties – He integrates empirically.”

Albert Einstein (1879 - 1955)

Auch, wenn Lobachevskij Recht hat, so widerspricht das nicht Einsteins Zitat.

Aber wozu brauchen wir dann reine Mathematik?

Historischer Rückblick: Antike

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

Platon [Der Staat]: Doppelter Nutzen der Mathematik

- Militärisch: “Logistik” (Rechnen)
- Philosophisch: “Arithmetik” (Zahlentheorie)

Historischer Rückblick

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

Noch zu Zeiten von Gauß (1777 - 1855) keine Trennung reiner und angewandter Mathematik.

Historischer Rückblick

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

Noch zu Zeiten von Gauß (1777 - 1855) keine Trennung reiner
und angewandter Mathematik
Wendepunkt zu Beginn des 20. Jahrhunderts mit der
Russellschen Grundlagenkrise und Hilbertschem Logizismus

Heutiges Verständnis

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

- **reine Mathematik:** axiomatisch und eher strukturalistisch, intrinsische Anwendung (Algebra, Differentialgeometrie, Logik, Topologie, Zahlentheorie. . .)

Heutiges Verständnis

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

- **reine Mathematik:** axiomatisch und eher strukturalistisch, intrinsische Anwendung (Algebra, Differentialgeometrie, Logik, Topologie, Zahlentheorie...)
- **angewandte Mathematik:** heuristisch und eher problembezogen, rechen- oder wirtschaftspraktische Anwendung (Numerik, Statistik, Stochastik, physikalische Anwendungen, Biomathematik...)

Heutiges Verständnis

Wozu reine Mathematik?

Jonathan Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine Mathematik?

Wie entstand reine Mathematik?

Was nützt reine Mathematik?
– Diskussion

- **reine Mathematik:** axiomatisch und eher strukturalistisch, intrinsische Anwendung (Algebra, Differentialgeometrie, Logik, Topologie, Zahlentheorie...)
- **angewandte Mathematik:** heuristisch und eher problembezogen, rechen- oder wirtschaftspraktische Anwendung (Numerik, Statistik, Stochastik, physikalische Anwendungen, Biomathematik...)
- **experimentelle Mathematik:** simulatorisch, Anwendung sowohl in reiner als auch angewandter Mathematik (Differentialgleichungen, Gitter, Gruppen, Zahlentheorie, Zufallsverteilungen...)

Wie entstand reine Mathematik? – Entwicklung der Analysis (Newton)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine Mathematik?

Wie entstand reine Mathematik?

Was nützt reine Mathematik?
– Diskussion

- Isaac Newton (1643 - 1727) aus Lincolnshire

Wie entstand reine Mathematik? – Entwicklung der Analysis (Newton)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine Mathematik?

Wie entstand reine Mathematik?

Was nützt reine Mathematik?
– Diskussion

- Isaac Newton (1643 - 1727) aus Lincolnshire
- Interesse an Mathematik ab 21. Lebensjahr

Wie entstand reine Mathematik? – Entwicklung der Analysis (Newton)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine Mathematik?

Wie entstand reine Mathematik?

Was nützt reine Mathematik?
– Diskussion

- Isaac Newton (1643 - 1727) aus Lincolnshire
- Interesse an Mathematik ab 21. Lebensjahr
- beeinflusst durch Viète und Descartes

Wie entstand reine Mathematik? – Entwicklung der Analysis (Newton)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine Mathematik?

Wie entstand reine Mathematik?

Was nützt reine Mathematik?
– Diskussion

Aspekte der Arbeit:

- 1 Approximation durch Kurven von Potenzreihen (“unendliche Gleichungen”)

Wie entstand reine Mathematik? – Entwicklung der Analysis (Newton)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine Mathematik?

Wie entstand reine Mathematik?

Was nützt reine Mathematik?
– Diskussion

Aspekte der Arbeit:

- 1 Approximation durch Kurven von Potenzreihen (“unendliche Gleichungen”)
- 2 Konvergenzuntersuchungen ohne strenge Definition (!)

Wie entstand reine Mathematik? – Entwicklung der Analysis (Newton)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine Mathematik?

Wie entstand reine Mathematik?

Was nützt reine Mathematik?
– Diskussion

Aspekte der Arbeit:

- 1 Approximation durch Kurven von Potenzreihen (“unendliche Gleichungen”)
- 2 Konvergenzuntersuchungen ohne strenge Definition (!)
- 3 Geometrische Form des Hauptsatzes der Analysis

Wie entstand reine Mathematik? – Entwicklung der Analysis (Newton)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine Mathematik?

Wie entstand reine Mathematik?

Was nützt reine Mathematik?
– Diskussion

Aspekte der Arbeit:

- 1 Approximation durch Kurven von Potenzreihen (“unendliche Gleichungen”)
- 2 Konvergenzuntersuchungen ohne strenge Definition (!)
- 3 Geometrische Form des Hauptsatzes der Analysis
- 4 Funktionen, Ableitungen, Infinitesimale (“Fluenten, Fluxionen, Momente”), Symbole x , \dot{x} , ox

Wie entstand reine Mathematik? – Entwicklung der Analysis (Newton)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine Mathematik?

Wie entstand reine Mathematik?

Was nützt reine Mathematik?
– Diskussion

Aspekte der Arbeit:

- 1 Approximation durch Kurven von Potenzreihen (“unendliche Gleichungen”)
- 2 Konvergenzuntersuchungen ohne strenge Definition (!)
- 3 Geometrische Form des Hauptsatzes der Analysis
- 4 Funktionen, Ableitungen, Infinitesimale (“Fluenten, Fluxionen, Momente”), Symbole x , \dot{x} , ox
- 5 Kürzungsregel für Differentiale nicht strenger als Fermat (Mitte 18. Jh.) (!)

Wie entstand reine Mathematik? – Entwicklung der Analysis (Leibniz)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine Mathematik?

Wie entstand reine Mathematik?

Was nützt reine Mathematik?
– Diskussion

- Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 – 1716) aus Leipzig

Wie entstand reine Mathematik? – Entwicklung der Analysis (Leibniz)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine Mathematik?

Wie entstand reine Mathematik?

Was nützt reine Mathematik?
– Diskussion

- Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 – 1716) aus Leipzig
- studierte, Philosophie, Jura, Mathematik

Wie entstand reine Mathematik? – Entwicklung der Analysis (Leibniz)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine Mathematik?

Wie entstand reine Mathematik?

Was nützt reine Mathematik?
– Diskussion

- Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 – 1716) aus Leipzig
- studierte, Philosophie, Jura, Mathematik
- Konzept einer “Characteristica universalis”

Wie entstand reine Mathematik? – Entwicklung der Analysis (Leibniz)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine Mathematik?

Wie entstand reine Mathematik?

Was nützt reine Mathematik?
– Diskussion

- Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 – 1716) aus Leipzig
- studierte, Philosophie, Jura, Mathematik
- Konzept einer “Characteristica universalis”
- Motivation: Zahlenfolgen

Wie entstand reine Mathematik? – Entwicklung der Analysis (Leibniz)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine Mathematik?

Wie entstand reine Mathematik?

Was nützt reine Mathematik?
– Diskussion

Aspekte der Arbeit:

- 1 Darstellungen von unendlichen Reihen über Teleskopsummen

Wie entstand reine Mathematik? – Entwicklung der Analysis (Leibniz)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine Mathematik?

Wie entstand reine Mathematik?

Was nützt reine Mathematik?
– Diskussion

Aspekte der Arbeit:

- 1 Darstellungen von unendlichen Reihen über Teleskopsummen
- 2 Infinitesimale Geometrie von Kurven

Wie entstand reine Mathematik? – Entwicklung der Analysis (Leibniz)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine Mathematik?

Wie entstand reine Mathematik?

Was nützt reine Mathematik?
– Diskussion

Aspekte der Arbeit:

- 1 Darstellungen von unendlichen Reihen über Teleskopsummen
- 2 Infinitesimale Geometrie von Kurven
- 3 Kalkül von Differentialen und Symbole dx , $\frac{dy}{dx}$, \int

Wie entstand reine Mathematik? – Entwicklung der Analysis (Leibniz)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

Aspekte der Arbeit:

- 1 Darstellungen von unendlichen Reihen über Teleskopsummen
- 2 Infinitesimale Geometrie von Kurven
- 3 Kalkül von Differentialen und Symbole dx , $\frac{dy}{dx}$, \int
- 4 Algebraische Fassung des Hauptsatzes über die Inversität von d zu \int

Wie entstand reine Mathematik? – Entwicklung der Analysis (Leibniz)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine Mathematik?

Wie entstand reine Mathematik?

Was nützt reine Mathematik?
– Diskussion

Aspekte der Arbeit:

- 1 Darstellungen von unendlichen Reihen über Teleskopsummen
- 2 Infinitesimale Geometrie von Kurven
- 3 Kalkül von Differentialen und Symbole dx , $\frac{dy}{dx}$, \int
- 4 Algebraische Fassung des Hauptsatzes über die Inversität von d zu \int
- 5 Prägung der Ableitung als “Quotient von Differentialen”

Wie entstand reine Mathematik? – Entwicklung der Analysis (Prioritätsstreit)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine Mathematik?

Wie entstand reine Mathematik?

Was nützt reine Mathematik?
– Diskussion

1 Plagiatsklage Newton vs. Leibniz (Anfang 18 Jh.)

Wie entstand reine Mathematik? – Entwicklung der Analysis (Prioritätsstreit)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine Mathematik?

Wie entstand reine Mathematik?

Was nützt reine Mathematik?
– Diskussion

- 1 Plagiatsklage Newton vs. Leibniz (Anfang 18 Jh.)
- 2 Newton: Ableiten ist Bewegung (Veränderung von Position in der Zeit)

Wie entstand reine Mathematik? – Entwicklung der Analysis (Prioritätsstreit)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine Mathematik?

Wie entstand reine Mathematik?

Was nützt reine Mathematik?
– Diskussion

- 1 Plagiatsklage Newton vs. Leibniz (Anfang 18 Jh.)
- 2 Newton: Ableiten ist Bewegung (Veränderung von Position in der Zeit)
- 3 Leibniz: Ableiten ist Berechnung der Tangentensteigung

Wie entstand reine Mathematik? – Entwicklung der Analysis (Fazit)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine Mathematik?

Wie entstand reine Mathematik?

Was nützt reine Mathematik?
– Diskussion

1 Leibniz' "reineres" Konzept setzt sich durch...

Wie entstand reine Mathematik? – Entwicklung der Analysis (Fazit)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

- 1 Leibniz' "reineres" Konzept setzt sich durch...
- 2 ... aber Newtons physikalische Interpretation steht heute gleichberechtigt da.

Wie entstand reine Mathematik? – Entwicklung der Analysis (Fazit)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

- 1 Leibniz' "reineres" Konzept setzt sich durch...
- 2 ... aber Newtons physikalische Interpretation steht heute gleichberechtigt da.
- 3 Beide konnten nicht definieren, womit sie operierten...

Wie entstand reine Mathematik? – Entwicklung der Analysis (Fazit)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

- 1 Leibniz' "reineres" Konzept setzt sich durch...
- 2 ... aber Newtons physikalische Interpretation steht heute gleichberechtigt da.
- 3 Beide konnten nicht definieren, womit sie operierten...
- 4 ... achteten aber auf mögliche Definitionslücken ("Konvergenzradius" etc.)

Wie entstand reine Mathematik? – Grundlagenkrise (Russellsche Antinomie)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

Russellsches Antinomie (1903):

$$R := \{x : x \notin x\}$$

Wie entstand reine Mathematik? – Grundlagenkrise (Russellsche Antinomie)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

Russellsches Antinomie (1903):

$$R := \{x : x \notin x\}$$

Enthält R sich selbst?

Wie entstand reine Mathematik? – Grundlagenkrise (Russellsche Antinomie)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

Russellsches Antinomie (1903):

$$R := \{x : x \notin x\}$$

Enthält R sich selbst?

Die Menge R ist widerspruchsvoll!

Wie entstand reine Mathematik? – Grundlagenkrise (Logizismus)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine Mathematik?

Wie entstand reine Mathematik?

Was nützt reine Mathematik?
– Diskussion

1 Russell/Whitehead: Principia Mathematica (1903 - 1913)

Wie entstand reine Mathematik? – Grundlagenkrise (Logizismus)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine Mathematik?

Wie entstand reine Mathematik?

Was nützt reine Mathematik?
– Diskussion

- 1 Russell/Whitehead: Principia Mathematica (1903 - 1913)
- 2 erstmals rigorose Beweise

Wie entstand reine Mathematik? – Grundlagenkrise (Logizismus)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

- 1 Russell/Whitehead: Principia Mathematica (1903 - 1913)
- 2 erstmals rigorose Beweise
- 3 aber: ontologische Annahmen nicht evident

Wie entstand reine Mathematik? – Grundlagenkrise (Formalismus)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

1 Hilbert (um 1900): Hilbertsches Programm

Wie entstand reine Mathematik? – Grundlagenkrise (Formalismus)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine Mathematik?

Wie entstand reine Mathematik?

Was nützt reine Mathematik?
– Diskussion

- 1 Hilbert (um 1900): Hilbertsches Programm
- 2 anti-ontologisch, formale Manipulation von Symbolen

Wie entstand reine Mathematik? – Grundlagenkrise (Formalismus)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

- 1 Hilbert (um 1900): Hilbertsches Programm
- 2 anti-ontologisch, formale Manipulation von Symbolen
- 3 Vorschlag von “Metamathematik”: finite Methoden zum Beweis von Widerspruchsfreiheit

Wie entstand reine Mathematik? – Grundlagenkrise (Formalismus)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

- 1 Hilbert (um 1900): Hilbertsches Programm
- 2 anti-ontologisch, formale Manipulation von Symbolen
- 3 Vorschlag von “Metamathematik”: finite Methoden zum Beweis von Widerspruchsfreiheit
- 4 neues Grundlagenproblem Unvollständigkeit (Gödel, 1930): PM und Cantorsche Mengenlehre enthalten Sätze, die weder beweis- noch widerlegbar sind

Wie entstand reine Mathematik? – Grundlagenkrise (Intuitionismus)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine Mathematik?

Wie entstand reine Mathematik?

Was nützt reine Mathematik?
– Diskussion

1 Brouwer (1918): Alternative Mengenlehre

Wie entstand reine Mathematik? – Grundlagenkrise (Intuitionismus)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine Mathematik?

Wie entstand reine Mathematik?

Was nützt reine Mathematik?
– Diskussion

- 1 Brouwer (1918): Alternative Mengenlehre
- 2 Mathematik hat geistige Realität (nicht sprachliche oder symbolische)

Wie entstand reine Mathematik? – Grundlagenkrise (Intuitionismus)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

- 1 Brouwer (1918): Alternative Mengenlehre
- 2 Mathematik hat geistige Realität (nicht sprachliche oder symbolische)
- 3 Potentielle statt aktueller Unendlichkeit

Wie entstand reine Mathematik? – Grundlagenkrise (Intuitionismus)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

- 1 Brouwer (1918): Alternative Mengenlehre
- 2 Mathematik hat geistige Realität (nicht sprachliche oder symbolische)
- 3 Potentielle statt aktueller Unendlichkeit
- 4 Ablehnung von Tertium non datur

Wie entstand reine Mathematik? – Grundlagenkrise (Fazit)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

1 Keines der Programme ist vollends geglückt...

Wie entstand reine Mathematik? – Grundlagenkrise (Fazit)

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

- 1 Keines der Programme ist vollends geglückt. . .
- 2 . . . aber alle drei Schulen haben langfristig Einfluss

Beispiel Analysis:

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

Die Analysis entwickelte sich über Jahrhunderte ohne
axiomatische Grundlagen . . .

Beispiel Analysis:

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

Die Analysis entwickelte sich über Jahrhunderte ohne
axiomatische Grundlagen . . .
. . . dennoch mit korrekten Ergebnissen – sogar dem Hauptsatz!

Beispiel Analysis:

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

Die Analysis entwickelte sich über Jahrhunderte ohne
axiomatische Grundlagen . . .

. . . dennoch mit korrekten Ergebnissen – sogar dem Hauptsatz!
Entsprechend benutzen die Physiker die Mathematik, ebenfalls
mit korrekten Ergebnissen. . .

Beispiel Analysis:

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

Die Analysis entwickelte sich über Jahrhunderte ohne
axiomatische Grundlagen . . .

. . . dennoch mit korrekten Ergebnissen – sogar dem Hauptsatz!
Entsprechend benutzen die Physiker die Mathematik, ebenfalls
mit korrekten Ergebnissen. . .

. . . trotz diverser mathematisch falscher Formalismen:

- 1 Renormierung: divergente Integrale in der QFT (bis auf 14
Nachkommastellen exakt!)

Beispiel Analysis:

Wozu reine Mathematik?

Jonathan Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine Mathematik?

Wie entstand reine Mathematik?

Was nützt reine Mathematik?
– Diskussion

Die Analysis entwickelte sich über Jahrhunderte ohne axiomatische Grundlagen . . .

. . . dennoch mit korrekten Ergebnissen – sogar dem Hauptsatz! Entsprechend benutzen die Physiker die Mathematik, ebenfalls mit korrekten Ergebnissen. . .

. . . trotz diverser mathematisch falscher Formalismen:

- 1** Renormierung: divergente Integrale in der QFT (bis auf 14 Nachkommastellen exakt!)
- 2** Distributionen: Lösungen für bestimmte, sonst nicht-lösbare DGLn – aber keine Funktionen im mathematischen Sinn
- 3** Relativitätstheorie: Einstein formulierte sein Relativitätsprinzip nicht in rigoroser Differentialgeometrie

Beispiel Analysis:

Wozu reine
Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

Die Analysis entwickelte sich über Jahrhunderte ohne axiomatische Grundlagen . . .

. . . dennoch mit korrekten Ergebnissen – sogar dem Hauptsatz! Entsprechend benutzen die Physiker die Mathematik, ebenfalls mit korrekten Ergebnissen. . .

. . . trotz diverser mathematisch falscher Formalismen:

- 1** Renormierung: divergente Integrale in der QFT (bis auf 14 Nachkommastellen exakt!)
- 2** Distributionen: Lösungen für bestimmte, sonst nicht-lösbare DGLn – aber keine Funktionen im mathematischen Sinn
- 3** Relativitätstheorie: Einstein formulierte sein Relativitätsprinzip nicht in rigoroser Differentialgeometrie

. . . Und auch in der mathematischen Praxis des Rechnens mit PDGLn sind physikalische Heuristiken unerlässlich.

Beispiel Grundlagenkrise:

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

Die Grundlagenkrise erschütterte die Mathematik des 21.
Jahrhunderts ...

Beispiel Grundlagenkrise:

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

Die Grundlagenkrise erschütterte die Mathematik des 21.
Jahrhunderts ...
scheinbar?

Beispiel Grundlagenkrise:

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

Die Grundlagenkrise erschütterte die Mathematik des 21. Jahrhunderts ...
scheinbar?

- 1 Die Diskussionen und Argumente waren u.a. philosophischer, nicht-mathematischer Natur.

Beispiel Grundlagenkrise:

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

Die Grundlagenkrise erschütterte die Mathematik des 21. Jahrhunderts ...
scheinbar?

- 1 Die Diskussionen und Argumente waren u.a. philosophischer, nicht-mathematischer Natur.
- 2 Die PM und andere Grundlagenwerke (z.B. Brouwers) waren lückenhaft und unpraktisch zu handhaben.

Beispiel Grundlagenkrise:

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine Mathematik?

Wie entstand reine Mathematik?

Was nützt reine Mathematik? – Diskussion

Die Grundlagenkrise erschütterte die Mathematik des 21. Jahrhunderts ...
scheinbar?

- 1 Die Diskussionen und Argumente waren u.a. philosophischer, nicht-mathematischer Natur.
- 2 Die PM und andere Grundlagenwerke (z.B. Brouwers) waren lückenhaft und unpraktisch zu handhaben.
- 3 Welche nach Gödel existierenden unentscheidbaren Sätze sind wirklich von Bedeutung?

Beispiel Grundlagenkrise:

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

Die Grundlagenkrise erschütterte die Mathematik des 21. Jahrhunderts ...
scheinbar?

- 1 Die Diskussionen und Argumente waren u.a. philosophischer, nicht-mathematischer Natur.
- 2 Die PM und andere Grundlagenwerke (z.B. Brouwers) waren lückenhaft und unpraktisch zu handhaben.
- 3 Welche nach Gödel existierenden unentscheidbaren Sätze sind wirklich von Bedeutung?
- 4 Schlussendlich: Welcher nach heutigen Maßstäben reiner Mathematiker benutzt Logik/Mengenlehre bzw. ist über sie im Bilde?

Beispiel Grundlagenkrise:

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

Die Grundlagenkrise erschütterte die Mathematik des 21. Jahrhunderts ...
scheinbar?

- 1 Die Diskussionen und Argumente waren u.a. philosophischer, nicht-mathematischer Natur.
- 2 Die PM und andere Grundlagenwerke (z.B. Brouwers) waren lückenhaft und unpraktisch zu handhaben.
- 3 Welche nach Gödel existierenden unentscheidbaren Sätze sind wirklich von Bedeutung?
- 4 Schlussendlich: Welcher nach heutigen Maßstäben reiner Mathematiker benutzt Logik/Mengenlehre bzw. ist über sie im Bilde?

Thesen aus der Einleitung – Fazit

Wozu reine Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

“There is no branch of mathematics, however abstract, which may not someday be applied to the phenomena of the real world.”

Nikolaj Lobachevskij (1792 - 1856)

Thesen aus der Einleitung – Fazit

Wozu reine
Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

“There is no branch of mathematics, however abstract, which may not someday be applied to the phenomena of the real world.”

Nikolaj Lobachevskij (1792 - 1856)

“God does not care about our mathematical difficulties – He integrates empirically.”

Albert Einstein (1879 - 1955)

Thesen aus der Einleitung – Fazit

Wozu reine
Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

“There is no branch of mathematics, however abstract, which may not someday be applied to the phenomena of the real world.”

Nikolaj Lobachevskij (1792 - 1856)

“God does not care about our mathematical difficulties – He integrates empirically.”

Albert Einstein (1879 - 1955)

Mathematik *kann* rein betrieben werden. . .

Thesen aus der Einleitung – Fazit

Wozu reine
Mathematik?

Jonathan
Weinberger

Inhalt

Einleitung

Was ist reine
Mathematik?

Wie entstand
reine
Mathematik?

Was nützt
reine
Mathematik?
– Diskussion

“There is no branch of mathematics, however abstract, which may not someday be applied to the phenomena of the real world.”

Nikolaj Lobachevskij (1792 - 1856)

“God does not care about our mathematical difficulties – He integrates empirically.”

Albert Einstein (1879 - 1955)

Mathematik *kann* rein betrieben werden...
muss es aber meistens nicht!