Beweisbegriff bei Euklid, Bourbaki, Hilbert, Gödel, Gentzen, Appel-Haken, Coq; Computerbeweise und Erkenntnisideale der Mathematik

Tobias Weber

Outline

Euklid

- Euklid war Mathematiker in antiken Griechenland
- Er gehörte dem "theoretischen" Zweig der Mathematik an (5. Jhd. v. Chr.)
- Mathematik als Statusaktivität, absichtlich ohne unmittelbar praktischen Wert
- Mathematische Texte um eigene Ergebnisse vorzustellen
- Spezieller Stil und Sprache um sich von "praktischen Mathematikern" abzugrenzen

Euklid

- Euklid war Mathematiker in antiken Griechenland
- Er gehörte dem "theoretischen" Zweig der Mathematik an (5. Jhd. v. Chr.)
- Mathematik als Statusaktivität, absichtlich ohne unmittelbar praktischen Wert
- Mathematische Texte um eigene Ergebnisse vorzustellen
- Spezieller Stil und Sprache um sich von "praktischen Mathematikern" abzugrenzen

Euklid

- Euklid war Mathematiker in antiken Griechenland
- Er gehörte dem "theoretischen" Zweig der Mathematik an (5. Jhd. v. Chr.)
- Mathematik als Statusaktivität, absichtlich ohne unmittelbar praktischen Wert
- Mathematische Texte um eigene Ergebnisse vorzustellen
- Spezieller Stil und Sprache um sich von "praktischen Mathematikern" abzugrenzen

Euklid

- Euklid war Mathematiker in antiken Griechenland
- Er gehörte dem "theoretischen" Zweig der Mathematik an (5. Jhd. v. Chr.)
- Mathematik als Statusaktivität, absichtlich ohne unmittelbar praktischen Wert
- Mathematische Texte um eigene Ergebnisse vorzustellen
- Spezieller Stil und Sprache um sich von "praktischen Mathematikern" abzugrenzen

Euklid

- Euklid war Mathematiker in antiken Griechenland
- Er gehörte dem "theoretischen" Zweig der Mathematik an (5. Jhd. v. Chr.)
- Mathematik als Statusaktivität, absichtlich ohne unmittelbar praktischen Wert
- Mathematische Texte um eigene Ergebnisse vorzustellen
- Spezieller Stil und Sprache um sich von "praktischen Mathematikern" abzugrenzen

Euklids Elemente

- Zweck und Form
  - Zusammenfassung bzw. Lehrbuch mit bekannten Resultaten
  - Jeder Beweis enthält eine Skizze, auf die sich im Beweis bezogen wird.
- Axiomatische Methode
  - Einführung von Axiomen und Definitionen
  - Beweise durch Konstruktionen und Folgerungen aus den Axiomen

Euklids Elemente

- Zweck und Form
  - Zusammenfassung bzw. Lehrbuch mit bekannten Resultaten
  - Jeder Beweis enthält eine Skizze, auf die sich im Beweis bezogen wird.
- Axiomatische Methode
  - Einführung von Axiomen und Definitionen
  - Beweise durch Konstruktionen und Folgerungen aus den Axiomen

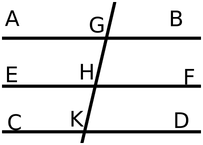
Euklids Elemente

- Zweck und Form
  - Zusammenfassung bzw. Lehrbuch mit bekannten Resultaten
  - Jeder Beweis enthält eine Skizze, auf die sich im Beweis bezogen wird.
- Axiomatische Methode
  - Einführung von Axiomen und Definitionen
  - Beweise durch Konstruktionen und Folgerungen aus den Axiomen

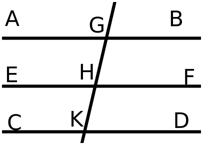
Euklids Elemente

- Zweck und Form
  - Zusammenfassung bzw. Lehrbuch mit bekannten Resultaten
  - Jeder Beweis enthält eine Skizze, auf die sich im Beweis bezogen wird.
- Axiomatische Methode
  - Einführung von Axiomen und Definitionen
  - Beweise durch Konstruktionen und Folgerungen aus den Axiomen

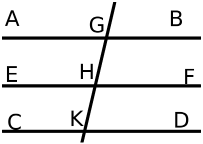
Postulat §30

- Derselben geraden Linie parallele sind auch einander parallel.
  - A B, C D seien beide || E F. Ich behaupte, dass auch A B || C D.
  - Man bringe die gerade Linie G K mit ihnen zum Schnitt.
  - Da die parallelen geraden Linien A B, E F von der geraden Linie G K geschnitten werden, ist A G K = G H F (I,29).
  - Ebenso ist, da die parallelen geraden Linien E F, C D von der geraden Linie G K geschnitten werden G H F = G K D (I29). Wie oben bewiesen, ist A G K = G H F, also ist auch A G K = G K D, sie sind dabei Wechselwinkel.
  - Also ist AB || CD (I, 27) dies hatte man beweisen sollen.
  - 

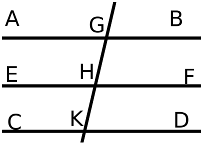
Postulat §30

- Derselben geraden Linie parallele sind auch einander parallel.
  - A B, C D seien beide || E F. Ich behaupte, dass auch A B || C D.
  - Man bringe die gerade Linie G K mit ihnen zum Schnitt.
  - Da die parallelen geraden Linien A B, E F von der geraden Linie G K geschnitten werden, ist A G K = G H F (I,29).
  - Ebenso ist, da die parallelen geraden Linien E F, C D von der geraden Linie G K geschnitten werden G H F = G K D (I29). Wie oben bewiesen, ist A G K = G H F, also ist auch A G K = G K D, sie sind dabei Wechselwinkel.
  - Also ist AB || CD (I, 27) dies hatte man beweisen sollen.
  - 

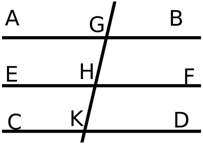
Postulat §30

- Derselben geraden Linie parallele sind auch einander parallel.
  - A B, C D seien beide || E F. Ich behaupte, dass auch A B || C D.
  - Man bringe die gerade Linie G K mit ihnen zum Schnitt.
  - Da die parallelen geraden Linien A B, E F von der geraden Linie G K geschnitten werden, ist A G K = G H F (I,29).
  - Ebenso ist, da die parallelen geraden Linien E F, C D von der geraden Linie G K geschnitten werden G H F = G K D (I29). Wie oben bewiesen, ist A G K = G H F, also ist auch A G K = G K D, sie sind dabei Wechselwinkel.
  - Also ist AB || CD (I, 27) dies hatte man beweisen sollen.
  - 

Postulat §30

- Derselben geraden Linie parallele sind auch einander parallel.
  - A B, C D seien beide || E F. Ich behaupte, dass auch A B || C D.
  - Man bringe die gerade Linie G K mit ihnen zum Schnitt.
  - Da die parallelen geraden Linien A B, E F von der geraden Linie G K geschnitten werden, ist A G K = G H F (I,29).
  - Ebenso ist, da die parallelen geraden Linien E F, C D von der geraden Linie G K geschnitten werden G H F = G K D (I29). Wie oben bewiesen, ist A G K = G H F, also ist auch A G K = G K D, sie sind dabei Wechselwinkel.
  - Also ist AB || CD (I, 27) dies hatte man beweisen sollen.
  - 

Postulat §30

- Derselben geraden Linie parallele sind auch einander parallel.
  - A B, C D seien beide || E F. Ich behaupte, dass auch A B || C D.
  - Man bringe die gerade Linie G K mit ihnen zum Schnitt.
  - Da die parallelen geraden Linien A B, E F von der geraden Linie G K geschnitten werden, ist A G K = G H F (I,29).
  - Ebenso ist, da die parallelen geraden Linien E F, C D von der geraden Linie G K geschnitten werden G H F = G K D (I29). Wie oben bewiesen, ist A G K = G H F, also ist auch A G K = G K D, sie sind dabei Wechselwinkel.
  - Also ist AB || CD (I, 27) dies hatte man beweisen sollen.
  - 

Bourbaki

- Französisches Autorenkollektiv benannt nach einem französischen General
- Unzufriedenheit mit den damaligen Büchern (nicht streng genug, nicht allgemein genug gehalten)
- Ziel: ein modernes Lehrbuch für die Analysis, letztlich aber mehrere Bände zu verschiedenen Teilgebieten der Mathematik
- Der Name wurde ab den 1930er Jahren benutzt, 1. Kapitel erschien 1939, letztes Buch 1997
- Notation wird teils heute noch verwendet

Bourbaki

- Französisches Autorenkollektiv benannt nach einem französischen General
- Unzufriedenheit mit den damaligen Büchern (nicht streng genug, nicht allgemein genug gehalten)
- Ziel: ein modernes Lehrbuch für die Analysis, letztlich aber mehrere Bände zu verschiedenen Teilgebieten der Mathematik
- Der Name wurde ab den 1930er Jahren benutzt, 1. Kapitel erschien 1939, letztes Buch 1997
- Notation wird teils heute noch verwendet

Bourbaki

- Französisches Autorenkollektiv benannt nach einem französischen General
- Unzufriedenheit mit den damaligen Büchern (nicht streng genug, nicht allgemein genug gehalten)
- Ziel: ein modernes Lehrbuch für die Analysis, letztlich aber mehrere Bände zu verschiedenen Teilgebieten der Mathematik
- Der Name wurde ab den 1930er Jahren benutzt, 1. Kapitel erschien 1939, letztes Buch 1997
- Notation wird teils heute noch verwendet

Bourbaki

- Französisches Autorenkollektiv benannt nach einem französischen General
- Unzufriedenheit mit den damaligen Büchern (nicht streng genug, nicht allgemein genug gehalten)
- Ziel: ein modernes Lehrbuch für die Analysis, letztlich aber mehrere Bände zu verschiedenen Teilgebieten der Mathematik
- Der Name wurde ab den 1930er Jahren benutzt, 1. Kapitel erschien 1939, letztes Buch 1997
- Notation wird teils heute noch verwendet

Bourbaki

- Französisches Autorenkollektiv benannt nach einem französischen General
- Unzufriedenheit mit den damaligen Büchern (nicht streng genug, nicht allgemein genug gehalten)
- Ziel: ein modernes Lehrbuch für die Analysis, letztlich aber mehrere Bände zu verschiedenen Teilgebieten der Mathematik
- Der Name wurde ab den 1930er Jahren benutzt, 1. Kapitel erschien 1939, letztes Buch 1997
- Notation wird teils heute noch verwendet

Éléments de mathématique

- Aufbau
  - Eigentlich kein streng axiomatischer Aufbau geplant, Mengenlehre ist ein Kompromiss zwischen Lesbarkeit und Formalität
  - Mengenlehre nicht in absolut formaler Sprache, da kein Mathematiker so arbeitet ("his experience and mathematical flair tell him that translation into formal language would be no more than an exercise of patience (though doubtless a very tedious one)" Bourbaki, 1968)
  - Streng logisch (keine Resultate, die nicht schon vorher im Text bewiesen wurden, werden benutzt)
- Beweise generell als Kompromiss zwischen formal und lesbar, Fragen wie Widerspruchsfreiheit werden explizit ausgelassen

Éléments de mathématique

- Aufbau
  - Eigentlich kein streng axiomatischer Aufbau geplant, Mengenlehre ist ein Kompromiss zwischen Lesbarkeit und Formalität
  - Mengenlehre nicht in absolut formaler Sprache, da kein Mathematiker so arbeitet ("his experience and mathematical flair tell him that translation into formal language would be no more than an exercise of patience (though doubtless a very tedious one)" Bourbaki, 1968)
  - Streng logisch (keine Resultate, die nicht schon vorher im Text bewiesen wurden, werden benutzt)
- Beweise generell als Kompromiss zwischen formal und lesbar, Fragen wie Widerspruchsfreiheit werden explizit ausgelassen

Éléments de mathématique

- Aufbau
  - Eigentlich kein streng axiomatischer Aufbau geplant, Mengenlehre ist ein Kompromiss zwischen Lesbarkeit und Formalität
  - Mengenlehre nicht in absolut formaler Sprache, da kein Mathematiker so arbeitet ("his experience and mathematical flair tell him that translation into formal language would be no more than an exercise of patience (though doubtless a very tedious one)" Bourbaki, 1968)
  - Streng logisch (keine Resultate, die nicht schon vorher im Text bewiesen wurden, werden benutzt)
- Beweise generell als Kompromiss zwischen formal und lesbar, Fragen wie Widerspruchsfreiheit werden explizit ausgelassen

Éléments de mathématique

- Aufbau
  - Eigentlich kein streng axiomatischer Aufbau geplant, Mengenlehre ist ein Kompromiss zwischen Lesbarkeit und Formalität
  - Mengenlehre nicht in absolut formaler Sprache, da kein Mathematiker so arbeitet ("his experience and mathematical flair tell him that translation into formal language would be no more than an exercise of patience (though doubtless a very tedious one)" Bourbaki, 1968)
  - Streng logisch (keine Resultate, die nicht schon vorher im Text bewiesen wurden, werden benutzt)
- Beweise generell als Kompromiss zwischen formal und lesbar, Fragen wie Widerspruchsfreiheit werden explizit ausgelassen

Deductive criterion 32 in "Theory of Sets"

- Let R and S be relations in $\mathcal{T}$, and let x be a letter. Then the relations
  - $(\forall x)$(R and S) $\Leftrightarrow$ (($\forall x$)R and ($\forall x$) S)
  - $(\exists x)$ (R or S)$\Leftrightarrow$ (($\exists x$) R or ($\exists x$) S)

  are theorems in $\mathcal{T}$
- It is sufficient to prove these criteria in $\mathcal{T}_0$, in which x is not a constant.
- If $(\forall x)$(R and S) is true then "R and S" is true, and therefore each of the relations R, S is true.
- Consequently each of the relations $(\forall x)$R and $(\forall x)$ S is true, and hence "$(\forall x)$R and $(\forall x)$ S" is true.
- Similarly one shows that if "$(\forall x)$R and $(\forall x)$ S" is true, then$(\forall x)$(R and S) is true.
- Hence the first theorem. The second follows by applying C29.

Deductive criterion 32 in "Theory of Sets"

- Let R and S be relations in $\mathcal{T}$, and let x be a letter. Then the relations
  - $(\forall x)$(R and S) $\Leftrightarrow$ (($\forall x$)R and ($\forall x$) S)
  - $(\exists x)$ (R or S)$\Leftrightarrow$ (($\exists x$) R or ($\exists x$) S)

  are theorems in $\mathcal{T}$
- It is sufficient to prove these criteria in $\mathcal{T}_0$, in which x is not a constant.
- If $(\forall x)$(R and S) is true then "R and S" is true, and therefore each of the relations R, S is true.
- Consequently each of the relations $(\forall x)$R and $(\forall x)$ S is true, and hence "$(\forall x)$R and $(\forall x)$ S" is true.
- Similarly one shows that if "$(\forall x)$R and $(\forall x)$ S" is true, then$(\forall x)$(R and S) is true.
- Hence the first theorem. The second follows by applying C29.

Deductive criterion 32 in "Theory of Sets"

- Let R and S be relations in $\mathcal{T}$, and let x be a letter. Then the relations
  - $(\forall x)$(R and S) $\Leftrightarrow$ (($\forall x$)R and ($\forall x$) S)
  - $(\exists x)$ (R or S)$\Leftrightarrow$ (($\exists x$) R or ($\exists x$) S)

  are theorems in $\mathcal{T}$
- It is sufficient to prove these criteria in $\mathcal{T}_0$, in which x is not a constant.
- If $(\forall x)$(R and S) is true then "R and S" is true, and therefore each of the relations R, S is true.
- Consequently each of the relations $(\forall x)$R and $(\forall x)$ S is true, and hence "$(\forall x)$R and $(\forall x)$ S" is true.
- Similarly one shows that if "$(\forall x)$R and $(\forall x)$ S" is true, then$(\forall x)$(R and S) is true.
- Hence the first theorem. The second follows by applying C29.

Deductive criterion 32 in "Theory of Sets"

- Let R and S be relations in $\mathcal{T}$, and let x be a letter. Then the relations
  - $(\forall x)$(R and S) $\Leftrightarrow$ (($\forall x$)R and ($\forall x$) S)
  - $(\exists x)$ (R or S)$\Leftrightarrow$ (($\exists x$) R or ($\exists x$) S)

  are theorems in $\mathcal{T}$
- It is sufficient to prove these criteria in $\mathcal{T}_0$, in which x is not a constant.
- If $(\forall x)$(R and S) is true then "R and S" is true, and therefore each of the relations R, S is true.
- Consequently each of the relations $(\forall x)$R and $(\forall x)$ S is true, and hence "$(\forall x)$R and $(\forall x)$ S" is true.
- Similarly one shows that if "$(\forall x)$R and $(\forall x)$ S" is true, then$(\forall x)$(R and S) is true.
- Hence the first theorem. The second follows by applying C29.

Deductive criterion 32 in "Theory of Sets"

- Let R and S be relations in $\mathcal{T}$, and let x be a letter. Then the relations
  - $(\forall x)$(R and S) $\Leftrightarrow$ (($\forall x$)R and ($\forall x$) S)
  - $(\exists x)$ (R or S)$\Leftrightarrow$ (($\exists x$) R or ($\exists x$) S)

  are theorems in $\mathcal{T}$
- It is sufficient to prove these criteria in $\mathcal{T}_0$, in which x is not a constant.
- If $(\forall x)$(R and S) is true then "R and S" is true, and therefore each of the relations R, S is true.
- Consequently each of the relations $(\forall x)$R and $(\forall x)$ S is true, and hence "$(\forall x)$R and $(\forall x)$ S" is true.
- Similarly one shows that if "$(\forall x)$R and $(\forall x)$ S" is true, then$(\forall x)$(R and S) is true.
- Hence the first theorem. The second follows by applying C29.

Deductive criterion 32 in "Theory of Sets"

- Let R and S be relations in $\mathcal{T}$, and let x be a letter. Then the relations
  - $(\forall x)$(R and S) $\Leftrightarrow$ (($\forall x$)R and ($\forall x$) S)
  - $(\exists x)$ (R or S)$\Leftrightarrow$ (($\exists x$) R or ($\exists x$) S)

  are theorems in $\mathcal{T}$
- It is sufficient to prove these criteria in $\mathcal{T}_0$, in which x is not a constant.
- If $(\forall x)$(R and S) is true then "R and S" is true, and therefore each of the relations R, S is true.
- Consequently each of the relations $(\forall x)$R and $(\forall x)$ S is true, and hence "$(\forall x)$R and $(\forall x)$ S" is true.
- Similarly one shows that if "$(\forall x)$R and $(\forall x)$ S" is true, then$(\forall x)$(R and S) is true.
- Hence the first theorem. The second follows by applying C29.

Hilbert und die Grundlagenkriese

- David Hilbert(1862 - 1943) war ein deutscher Mathematiker
- Grundlagenkriese am Ende des 19./ Anfang des 20. Jahrhunderts
- Auftauchen verschiedener Probleme (z.B. Russelsche Antinomie)
- Hilbertprogramm: Lösung durch den Versuch, die Mathematik finitistisch zu begründen

Hilbert und die Grundlagenkriese

- David Hilbert(1862 - 1943) war ein deutscher Mathematiker
- Grundlagenkriese am Ende des 19./ Anfang des 20. Jahrhunderts
- Auftauchen verschiedener Probleme (z.B. Russelsche Antinomie)
- Hilbertprogramm: Lösung durch den Versuch, die Mathematik finitistisch zu begründen

Hilbert und die Grundlagenkriese

- David Hilbert(1862 - 1943) war ein deutscher Mathematiker
- Grundlagenkriese am Ende des 19./ Anfang des 20. Jahrhunderts
- Auftauchen verschiedener Probleme (z.B. Russelsche Antinomie)
- Hilbertprogramm: Lösung durch den Versuch, die Mathematik finitistisch zu begründen

Hilbert und die Grundlagenkriese

- David Hilbert(1862 - 1943) war ein deutscher Mathematiker
- Grundlagenkriese am Ende des 19./ Anfang des 20. Jahrhunderts
- Auftauchen verschiedener Probleme (z.B. Russelsche Antinomie)
- Hilbertprogramm: Lösung durch den Versuch, die Mathematik finitistisch zu begründen

Finitismus und Hilbertprogramm

- Was genau der Begriff finitistisch bedeutet wurde von Hilbert nie klar definiert
- Unterscheidung zwischen finitistischer und ideeller Mathematik
  - Ein finitistischer Beweis besteht aus endlichen Berechnungen bzw. kombinatorischen Manipulationen
  - Komplexere Beweismethoden sind dann Teil der "ideellen" Mathematik
- Ideelle Methoden sind legitim um Beweise kürzer bzw. einfacher zu machen
- Ziel des Hilbertprogrammes ist es auch ideelle Methoden finitistisch zu begründen

Finitismus und Hilbertprogramm

- Was genau der Begriff finitistisch bedeutet wurde von Hilbert nie klar definiert
- Unterscheidung zwischen finitistischer und ideeller Mathematik
  - Ein finitistischer Beweis besteht aus endlichen Berechnungen bzw. kombinatorischen Manipulationen
  - Komplexere Beweismethoden sind dann Teil der "ideellen" Mathematik
- Ideelle Methoden sind legitim um Beweise kürzer bzw. einfacher zu machen
- Ziel des Hilbertprogrammes ist es auch ideelle Methoden finitistisch zu begründen

Finitismus und Hilbertprogramm

- Was genau der Begriff finitistisch bedeutet wurde von Hilbert nie klar definiert
- Unterscheidung zwischen finitistischer und ideeller Mathematik
  - Ein finitistischer Beweis besteht aus endlichen Berechnungen bzw. kombinatorischen Manipulationen
  - Komplexere Beweismethoden sind dann Teil der "ideellen" Mathematik
- Ideelle Methoden sind legitim um Beweise kürzer bzw. einfacher zu machen
- Ziel des Hilbertprogrammes ist es auch ideelle Methoden finitistisch zu begründen

Finitismus und Hilbertprogramm

- Was genau der Begriff finitistisch bedeutet wurde von Hilbert nie klar definiert
- Unterscheidung zwischen finitistischer und ideeller Mathematik
  - Ein finitistischer Beweis besteht aus endlichen Berechnungen bzw. kombinatorischen Manipulationen
  - Komplexere Beweismethoden sind dann Teil der "ideellen" Mathematik
- Ideelle Methoden sind legitim um Beweise kürzer bzw. einfacher zu machen
- Ziel des Hilbertprogrammes ist es auch ideelle Methoden finitistisch zu begründen

Finitismus und Hilbertprogramm

- Was genau der Begriff finitistisch bedeutet wurde von Hilbert nie klar definiert
- Unterscheidung zwischen finitistischer und ideeller Mathematik
  - Ein finitistischer Beweis besteht aus endlichen Berechnungen bzw. kombinatorischen Manipulationen
  - Komplexere Beweismethoden sind dann Teil der "ideellen" Mathematik
- Ideelle Methoden sind legitim um Beweise kürzer bzw. einfacher zu machen
- Ziel des Hilbertprogrammes ist es auch ideelle Methoden finitistisch zu begründen

Finitismus und Hilbertprogramm

- Was genau der Begriff finitistisch bedeutet wurde von Hilbert nie klar definiert
- Unterscheidung zwischen finitistischer und ideeller Mathematik
  - Ein finitistischer Beweis besteht aus endlichen Berechnungen bzw. kombinatorischen Manipulationen
  - Komplexere Beweismethoden sind dann Teil der "ideellen" Mathematik
- Ideelle Methoden sind legitim um Beweise kürzer bzw. einfacher zu machen
- Ziel des Hilbertprogrammes ist es auch ideelle Methoden finitistisch zu begründen

Unvollständigkeitssätze (1931)

- 1. Unvollständigkeitssatz:
  Jedes konsistente System, das die Arithmetik der natürlichen Zahlen enthält, ist unvollständig, das heißt es existiert eine Aussage, die in dem System weder bewiesen noch widerlegt werden kann.
- 2. Unvollständigkeitssatz:
  Jedes konsistente System, das die Arithmetik der natürlichen Zahlen enthält, kann seine eigene Konsistenz nicht beweisen.

Unvollständigkeitssätze (1931)

- 1. Unvollständigkeitssatz:
  Jedes konsistente System, das die Arithmetik der natürlichen Zahlen enthält, ist unvollständig, das heißt es existiert eine Aussage, die in dem System weder bewiesen noch widerlegt werden kann.
- 2. Unvollständigkeitssatz:
  Jedes konsistente System, das die Arithmetik der natürlichen Zahlen enthält, kann seine eigene Konsistenz nicht beweisen.

Auswirkung auf das Hilbertsche Programm

- Ist somit das Hilbertprogramm gescheitert?
- Anfangs unklar ob es nicht doch möglich ist einen Beweis zu finden, der finitistisch ist, den man aber nicht in PA formulieren kann
- Verschiedene Versuche es zu retten, z.B. von Detlefsen durch eine andere Formulierung der Konsistenzaussage bzw. eine andere Definition von Beweisbarkeit

Auswirkung auf das Hilbertsche Programm

- Ist somit das Hilbertprogramm gescheitert?
- Anfangs unklar ob es nicht doch möglich ist einen Beweis zu finden, der finitistisch ist, den man aber nicht in PA formulieren kann
- Verschiedene Versuche es zu retten, z.B. von Detlefsen durch eine andere Formulierung der Konsistenzaussage bzw. eine andere Definition von Beweisbarkeit

Auswirkung auf das Hilbertsche Programm

- Ist somit das Hilbertprogramm gescheitert?
- Anfangs unklar ob es nicht doch möglich ist einen Beweis zu finden, der finitistisch ist, den man aber nicht in PA formulieren kann
- Verschiedene Versuche es zu retten, z.B. von Detlefsen durch eine andere Formulierung der Konsistenzaussage bzw. eine andere Definition von Beweisbarkeit

Widerspruchsfreiheit von PA

- Gerhard Gentzen (1909 - 1945) war ein deutscher Mathematiker
- System des natürlichen Schließens, Sequenzenkalkül
- 1938 Beweis der Widerspruchsfreiheit der Arithmetik mithilfe der ω-Regel
  - Omega-Regel: $P(1), P(2), \ldots \vdash \forall x P(x)$
  - Induktion zu hohen Ordinalzahlen
  - Dadurch eine Aussage, die sich mit dieser Induktion beweisen lässt, aber nicht in PA beweisen lässt
  - Wäre PA inkonsistent könnte man jede Aussage beweisen.
  - Da es also eine Aussage gibt, die man nicht in PA beweisen kann, ist PA konsistent.

Widerspruchsfreiheit von PA

- Gerhard Gentzen (1909 - 1945) war ein deutscher Mathematiker
- System des natürlichen Schließens, Sequenzenkalkül
- 1938 Beweis der Widerspruchsfreiheit der Arithmetik mithilfe der ω-Regel
  - Omega-Regel: $P(1), P(2), \ldots \vdash \forall x P(x)$
  - Induktion zu hohen Ordinalzahlen
  - Dadurch eine Aussage, die sich mit dieser Induktion beweisen lässt, aber nicht in PA beweisen lässt
  - Wäre PA inkonsistent könnte man jede Aussage beweisen.
  - Da es also eine Aussage gibt, die man nicht in PA beweisen kann, ist PA konsistent.

Widerspruchsfreiheit von PA

- Gerhard Gentzen (1909 - 1945) war ein deutscher Mathematiker
- System des natürlichen Schließens, Sequenzenkalkül
- 1938 Beweis der Widerspruchsfreiheit der Arithmetik mithilfe der ω-Regel
  - Omega-Regel: $P(1), P(2), \ldots \vdash \forall x P(x)$
  - Induktion zu hohen Ordinalzahlen
  - Dadurch eine Aussage, die sich mit dieser Induktion beweisen lässt, aber nicht in PA beweisen lässt
  - Wäre PA inkonsistent könnte man jede Aussage beweisen.
  - Da es also eine Aussage gibt, die man nicht in PA beweisen kann, ist PA konsistent.

Widerspruchsfreiheit von PA

- Gerhard Gentzen (1909 - 1945) war ein deutscher Mathematiker
- System des natürlichen Schließens, Sequenzenkalkül
- 1938 Beweis der Widerspruchsfreiheit der Arithmetik mithilfe der ω-Regel
  - Omega-Regel: $P(1), P(2), \ldots \vdash \forall x P(x)$
  - Induktion zu hohen Ordinalzahlen
  - Dadurch eine Aussage, die sich mit dieser Induktion beweisen lässt, aber nicht in PA beweisen lässt
  - Wäre PA inkonsistent könnte man jede Aussage beweisen.
  - Da es also eine Aussage gibt, die man nicht in PA beweisen kann, ist PA konsistent.

Widerspruchsfreiheit von PA

- Gerhard Gentzen (1909 - 1945) war ein deutscher Mathematiker
- System des natürlichen Schließens, Sequenzenkalkül
- 1938 Beweis der Widerspruchsfreiheit der Arithmetik mithilfe der ω-Regel
  - Omega-Regel: $P(1), P(2), \ldots \vdash \forall x P(x)$
  - Induktion zu hohen Ordinalzahlen
  - Dadurch eine Aussage, die sich mit dieser Induktion beweisen lässt, aber nicht in PA beweisen lässt
  - Wäre PA inkonsistent könnte man jede Aussage beweisen.
  - Da es also eine Aussage gibt, die man nicht in PA beweisen kann, ist PA konsistent.

Widerspruchsfreiheit von PA

- Gerhard Gentzen (1909 - 1945) war ein deutscher Mathematiker
- System des natürlichen Schließens, Sequenzenkalkül
- 1938 Beweis der Widerspruchsfreiheit der Arithmetik mithilfe der ω-Regel
  - Omega-Regel: $P(1), P(2), \ldots \vdash \forall x P(x)$
  - Induktion zu hohen Ordinalzahlen
  - Dadurch eine Aussage, die sich mit dieser Induktion beweisen lässt, aber nicht in PA beweisen lässt
  - Wäre PA inkonsistent könnte man jede Aussage beweisen.
  - Da es also eine Aussage gibt, die man nicht in PA beweisen kann, ist PA konsistent.

Widerspruchsfreiheit von PA

- Gerhard Gentzen (1909 - 1945) war ein deutscher Mathematiker
- System des natürlichen Schließens, Sequenzenkalkül
- 1938 Beweis der Widerspruchsfreiheit der Arithmetik mithilfe der ω-Regel
  - Omega-Regel: $P(1), P(2), \ldots \vdash \forall x P(x)$
  - Induktion zu hohen Ordinalzahlen
  - Dadurch eine Aussage, die sich mit dieser Induktion beweisen lässt, aber nicht in PA beweisen lässt
  - Wäre PA inkonsistent könnte man jede Aussage beweisen.
  - Da es also eine Aussage gibt, die man nicht in PA beweisen kann, ist PA konsistent.

Widerspruchsfreiheit von PA

- Gerhard Gentzen (1909 - 1945) war ein deutscher Mathematiker
- System des natürlichen Schließens, Sequenzenkalkül
- 1938 Beweis der Widerspruchsfreiheit der Arithmetik mithilfe der ω-Regel
  - Omega-Regel: $P(1), P(2), \ldots \vdash \forall x P(x)$
  - Induktion zu hohen Ordinalzahlen
  - Dadurch eine Aussage, die sich mit dieser Induktion beweisen lässt, aber nicht in PA beweisen lässt
  - Wäre PA inkonsistent könnte man jede Aussage beweisen.
  - Da es also eine Aussage gibt, die man nicht in PA beweisen kann, ist PA konsistent.

Auswirkung auf das Hilbertprogramm

- Gentzen hat die Widerspruchsfreiheit von PA in einem System bewiesen, das mit PA nicht vergleichbar ist, also weder eine Erweiterung, noch ein Teil davon ist.
- Der Beweis ist allerdings nicht finitistisch, da die ω-Regel verwendet wird
- Man kann dennoch ein verändertes Hilbertprogramm fordern

Auswirkung auf das Hilbertprogramm

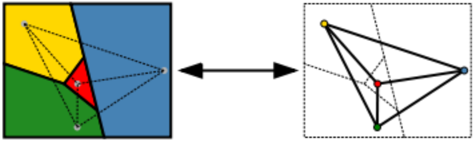
- Gentzen hat die Widerspruchsfreiheit von PA in einem System bewiesen, das mit PA nicht vergleichbar ist, also weder eine Erweiterung, noch ein Teil davon ist.
- Der Beweis ist allerdings nicht finitistisch, da die ω-Regel verwendet wird
- Man kann dennoch ein verändertes Hilbertprogramm fordern

Auswirkung auf das Hilbertprogramm

- Gentzen hat die Widerspruchsfreiheit von PA in einem System bewiesen, das mit PA nicht vergleichbar ist, also weder eine Erweiterung, noch ein Teil davon ist.
- Der Beweis ist allerdings nicht finitistisch, da die ω-Regel verwendet wird
- Man kann dennoch ein verändertes Hilbertprogramm fordern

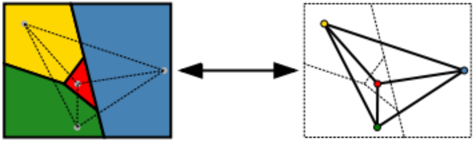
Der Vier-Farben-Satz

- Zum ersten Mal 1852 von Francis Guthrie gestellt
- Kann man jeden planaren Graphen mit 4 Farben färben?
- $\exists f : G \to \{1, 2, 3, 4\}$, so dass
  $\forall v, w \in G (v, w) \in E \implies f(v) \neq f(w)$



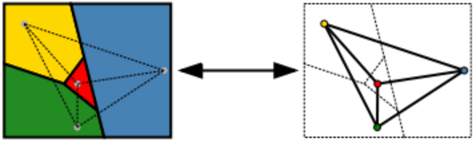
Der Vier-Farben-Satz

- Zum ersten Mal 1852 von Francis Guthrie gestellt
- Kann man jeden planaren Graphen mit 4 Farben färben?
- $\exists f : G \to \{1, 2, 3, 4\}$, so dass $\forall v, w \in G (v, w) \in E \implies f(v) \neq f(w)$



Der Vier-Farben-Satz

- Zum ersten Mal 1852 von Francis Guthrie gestellt
- Kann man jeden planaren Graphen mit 4 Farben färben?
- $\exists f : G \to \{1, 2, 3, 4\}$, so dass
  $\forall v, w \in G (v, w) \in E \implies f(v) \neq f(w)$



Der Beweis von Appel und Haken

- 1977 wurde die Behauptung von Appel und Haken bewiesen
- Im Artikel wurde bewiesen, dass die riesige Fallunterscheidung hinreichend ist um die Behauptung zu beweisen
- Die einzelnen Fälle aber wurden mit einem speziell dafür geschriebenen Computerprogramm behandelt

Der Beweis von Appel und Haken

- 1977 wurde die Behauptung von Appel und Haken bewiesen
- Im Artikel wurde bewiesen, dass die riesige Fallunterscheidung hinreichend ist um die Behauptung zu beweisen
- Die einzelnen Fälle aber wurden mit einem speziell dafür geschriebenen Computerprogramm behandelt

Der Beweis von Appel und Haken

- 1977 wurde die Behauptung von Appel und Haken bewiesen
- Im Artikel wurde bewiesen, dass die riesige Fallunterscheidung hinreichend ist um die Behauptung zu beweisen
- Die einzelnen Fälle aber wurden mit einem speziell dafür geschriebenen Computerprogramm behandelt

Kritik und Zweifel am Beweis

- Der Beweis wurde stark kritisiert, denn
  - das Programm kann Fehler enthalten.
  - die Ausgabe des Programmes ist nicht nur vom Quellcode, sondern auch von Compiler, Hardware etc abhängig.
  - Ist ein solches Programm ein Beweis?
- Im Jahr 2004 wurde das Programm schließlich mithilfe des Beweisassistenten Coq untersucht, womit zumindest die Zweifel an der Korrektheit weitgehend ausgeräumt sind.

Kritik und Zweifel am Beweis

- Der Beweis wurde stark kritisiert, denn
  - das Programm kann Fehler enthalten.
  - die Ausgabe des Programmes ist nicht nur vom Quellcode, sondern auch von Compiler, Hardware etc abhängig.
  - Ist ein solches Programm ein Beweis?
- Im Jahr 2004 wurde das Programm schließlich mithilfe des Beweisassistenten Coq untersucht, womit zumindest die Zweifel an der Korrektheit weitgehend ausgeräumt sind.

Kritik und Zweifel am Beweis

- Der Beweis wurde stark kritisiert, denn
  - das Programm kann Fehler enthalten.
  - die Ausgabe des Programmes ist nicht nur vom Quellcode, sondern auch von Compiler, Hardware etc abhängig.
  - Ist ein solches Programm ein Beweis?
- Im Jahr 2004 wurde das Programm schließlich mithilfe des Beweisassistenten Coq untersucht, womit zumindest die Zweifel an der Korrektheit weitgehend ausgeräumt sind.

Kritik und Zweifel am Beweis

- Der Beweis wurde stark kritisiert, denn
  - das Programm kann Fehler enthalten.
  - die Ausgabe des Programmes ist nicht nur vom Quellcode, sondern auch von Compiler, Hardware etc abhängig.
  - Ist ein solches Programm ein Beweis?
- Im Jahr 2004 wurde das Programm schließlich mithilfe des Beweisassistenten Coq untersucht, womit zumindest die Zweifel an der Korrektheit weitgehend ausgeräumt sind.

Kritik und Zweifel am Beweis

- Der Beweis wurde stark kritisiert, denn
  - das Programm kann Fehler enthalten.
  - die Ausgabe des Programmes ist nicht nur vom Quellcode, sondern auch von Compiler, Hardware etc abhängig.
  - Ist ein solches Programm ein Beweis?
- Im Jahr 2004 wurde das Programm schließlich mithilfe des Beweisassistenten Coq untersucht, womit zumindest die Zweifel an der Korrektheit weitgehend ausgeräumt sind.

Was ist Coq?

Coq (franz. Hahn), erste Implementierung 1985

- Interaktiver Beweisassistent
- Formale Beweise (interaktiv und effizient) erstellen und verifizieren
- Formale Beweise verwalten (Bibliotheken aufzubauen)
- Eigene Sprache um Aussagen zu formalisieren

Was ist Coq?

Coq (franz. Hahn), erste Implementierung 1985

- Interaktiver Beweisassistent
- Formale Beweise (interaktiv und effizient) erstellen und verifizieren
- Formale Beweise verwalten (Bibliotheken aufzubauen)
- Eigene Sprache um Aussagen zu formalisieren

Was ist Coq?

Coq (franz. Hahn), erste Implementierung 1985

- Interaktiver Beweisassistent
- Formale Beweise (interaktiv und effizient) erstellen und verifizieren
- Formale Beweise verwalten (Bibliotheken aufzubauen)
- Eigene Sprache um Aussagen zu formalisieren

Was ist Coq?

Coq (franz. Hahn), erste Implementierung 1985

- Interaktiver Beweisassistent
- Formale Beweise (interaktiv und effizient) erstellen und verifizieren
- Formale Beweise verwalten (Bibliotheken aufzubauen)
- Eigene Sprache um Aussagen zu formalisieren

Wie funktioniert Coq? Wozu wird Coq genutzt?

- Wie funktioniert Coq?
  - Coq nutzt "Calculus of Constructions" als Sprache
  - Darin formalisierte Beweise in Coq werden nach den verschiedenen Schlussregeln überprüft
  - Zum Erstellen von Beweisen gibt es einen "interaktiven Modus" in dem man "Taktiken" vorgeben kann
- Wozu wird Coq genutzt?
  - Formalisieren von mathematischen Theorien
  - Lehre
  - Softwareentwicklung (z.B. JavaCard)

Wie funktioniert Coq? Wozu wird Coq genutzt?

- Wie funktioniert Coq?
  - Coq nutzt "Calculus of Constructions" als Sprache
  - Darin formalisierte Beweise in Coq werden nach den verschiedenen Schlussregeln überprüft
  - Zum Erstellen von Beweisen gibt es einen "interaktiven Modus" in dem man "Taktiken" vorgeben kann
- Wozu wird Coq genutzt?
  - Formalisieren von mathematischen Theorien
  - Lehre
  - Softwareentwicklung (z.B. JavaCard)

Wie funktioniert Coq? Wozu wird Coq genutzt?

- Wie funktioniert Coq?
  - Coq nutzt "Calculus of Constructions" als Sprache
  - Darin formalisierte Beweise in Coq werden nach den verschiedenen Schlussregeln überprüft
  - Zum Erstellen von Beweisen gibt es einen "interaktiven Modus" in dem man "Taktiken" vorgeben kann
- Wozu wird Coq genutzt?
  - Formalisieren von mathematischen Theorien
  - Lehre
  - Softwareentwicklung (z.B. JavaCard)

Wie funktioniert Coq? Wozu wird Coq genutzt?

- Wie funktioniert Coq?
  - Coq nutzt "Calculus of Constructions" als Sprache
  - Darin formalisierte Beweise in Coq werden nach den verschiedenen Schlussregeln überprüft
  - Zum Erstellen von Beweisen gibt es einen "interaktiven Modus" in dem man "Taktiken" vorgeben kann
- Wozu wird Coq genutzt?
  - Formalisieren von mathematischen Theorien
  - Lehre
  - Softwareentwicklung (z.B. JavaCard)

Wie funktioniert Coq? Wozu wird Coq genutzt?

- Wie funktioniert Coq?
  - Coq nutzt "Calculus of Constructions" als Sprache
  - Darin formalisierte Beweise in Coq werden nach den verschiedenen Schlussregeln überprüft
  - Zum Erstellen von Beweisen gibt es einen "interaktiven Modus" in dem man "Taktiken" vorgeben kann
- Wozu wird Coq genutzt?
  - Formalisieren von mathematischen Theorien
  - Lehre
  - Softwareentwicklung (z.B. JavaCard)

Wie funktioniert Coq? Wozu wird Coq genutzt?

- Wie funktioniert Coq?
  - Coq nutzt "Calculus of Constructions" als Sprache
  - Darin formalisierte Beweise in Coq werden nach den verschiedenen Schlussregeln überprüft
  - Zum Erstellen von Beweisen gibt es einen "interaktiven Modus" in dem man "Taktiken" vorgeben kann
- Wozu wird Coq genutzt?
  - Formalisieren von mathematischen Theorien
  - Lehre
  - Softwareentwicklung (z.B. JavaCard)

Was ist an Coq anders als an dem Programm von Appel und Haken?

- Coq ist nicht für einen speziellen Beweis geschrieben.
- Coq wird von vielen Leuten benutzt und ist so besser getestet.
- Natürlich ist Coq trotzdem ein Stück Software und daher nur bis zu einem gewissen Grad durchschaubar

Was ist an Coq anders als an dem Programm von Appel und Haken?

- Coq ist nicht für einen speziellen Beweis geschrieben.
- Coq wird von vielen Leuten benutzt und ist so besser getestet.
- Natürlich ist Coq trotzdem ein Stück Software und daher nur bis zu einem gewissen Grad durchschaubar

Was ist an Coq anders als an dem Programm von Appel und Haken?

- Coq ist nicht für einen speziellen Beweis geschrieben.
- Coq wird von vielen Leuten benutzt und ist so besser getestet.
- Natürlich ist Coq trotzdem ein Stück Software und daher nur bis zu einem gewissen Grad durchschaubar

Formalismus und intellektuelles Nachvollziehen

- Auch nicht formale Beweise können unüberschaubar sein (Klassifikation endlicher, einfacher Gruppen) und formale Beweise überschaubar
- Informale Beweise vermitteln Wissen - was ist mit formalen Beweisen?
- Formale Beweise lassen sich maschinell prüfen.

Formalismus und intellektuelles Nachvollziehen

- Auch nicht formale Beweise können unüberschaubar sein (Klassifikation endlicher, einfacher Gruppen) und formale Beweise überschaubar
- Informale Beweise vermitteln Wissen - was ist mit formalen Beweisen?
- Formale Beweise lassen sich maschinell prüfen.

Formalismus und intellektuelles Nachvollziehen

- Auch nicht formale Beweise können unüberschaubar sein (Klassifikation endlicher, einfacher Gruppen) und formale Beweise überschaubar
- Informale Beweise vermitteln Wissen - was ist mit formalen Beweisen?
- Formale Beweise lassen sich maschinell prüfen.

Proof mining

- Versuch durch Formalisieren von (nicht konstruktiven) Beweisen stärkere Sätze zu beweisen
- Begründet von Kreisel als "Unwinding Programme" (1950er Jahre)
- Formale Beweise also nicht "nur" zur Verifikation der Wahrheit von Aussagen

Proof mining

- Versuch durch Formalisieren von (nicht konstruktiven) Beweisen stärkere Sätze zu beweisen
- Begründet von Kreisel als "Unwinding Programme" (1950er Jahre)
- Formale Beweise also nicht "nur" zur Verifikation der Wahrheit von Aussagen

Proof mining

- Versuch durch Formalisieren von (nicht konstruktiven) Beweisen stärkere Sätze zu beweisen
- Begründet von Kreisel als "Unwinding Programme" (1950er Jahre)
- Formale Beweise also nicht "nur" zur Verifikation der Wahrheit von Aussagen

Gemeinsame Überzeugung?

- Betrachtung der Mathematik in der Soziologie
- Wie wird eine Aussage von Mathematikern als Gruppe akzeptiert?
- Wie wird eine Aussage von einzelnen Mathematikern akzeptiert?

Gemeinsame Überzeugung?

- Betrachtung der Mathematik in der Soziologie
- Wie wird eine Aussage von Mathematikern als Gruppe akzeptiert?
- Wie wird eine Aussage von einzelnen Mathematikern akzeptiert?

Gemeinsame Überzeugung?

- Betrachtung der Mathematik in der Soziologie
- Wie wird eine Aussage von Mathematikern als Gruppe akzeptiert?
- Wie wird eine Aussage von einzelnen Mathematikern akzeptiert?

Gemeinsame Überzeugung?

- Studie an den Universitäten Augsburg und München
- Stichprobe von 40 Mathematikern
- Senior: Professoren und Privatdozenten (15)
- Junior: Doktoren und Doktoranden (35)
- Likert Skala: (fast) immer (4), häufig (3), manchmal (2), (fast) nie (1)

Gemeinsame Überzeugung?

- Studie an den Universitäten Augsburg und München
- Stichprobe von 40 Mathematikern
- Senior: Professoren und Privatdozenten (15)
- Junior: Doktoren und Doktoranden (35)
- Likert Skala: (fast) immer (4), häufig (3), manchmal (2), (fast) nie (1)

Gemeinsame Überzeugung?

- Studie an den Universitäten Augsburg und München
- Stichprobe von 40 Mathematikern
- Senior: Professoren und Privatdozenten (15)
- Junior: Doktoren und Doktoranden (35)
- Likert Skala: (fast) immer (4), häufig (3), manchmal (2), (fast) nie (1)

Gemeinsame Überzeugung?

- Studie an den Universitäten Augsburg und München
- Stichprobe von 40 Mathematikern
- Senior: Professoren und Privatdozenten (15)
- Junior: Doktoren und Doktoranden (35)
- Likert Skala: (fast) immer (4), häufig (3), manchmal (2), (fast) nie (1)

Gemeinsame Überzeugung?

- Studie an den Universitäten Augsburg und München
- Stichprobe von 40 Mathematikern
- Senior: Professoren und Privatdozenten (15)
- Junior: Doktoren und Doktoranden (35)
- Likert Skala: (fast) immer (4), häufig (3), manchmal (2), (fast) nie (1)

Gemeinsame Überzeugung?

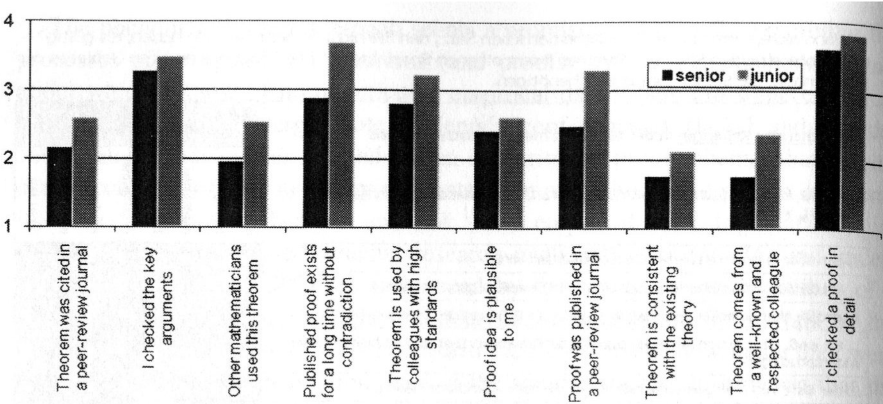


Fig. 8.2 Criteria of junior and senior mathematicians for the acceptance of new theorems in their own research area (mean values of the Likert scale)

Gemeinsame Überzeugung?

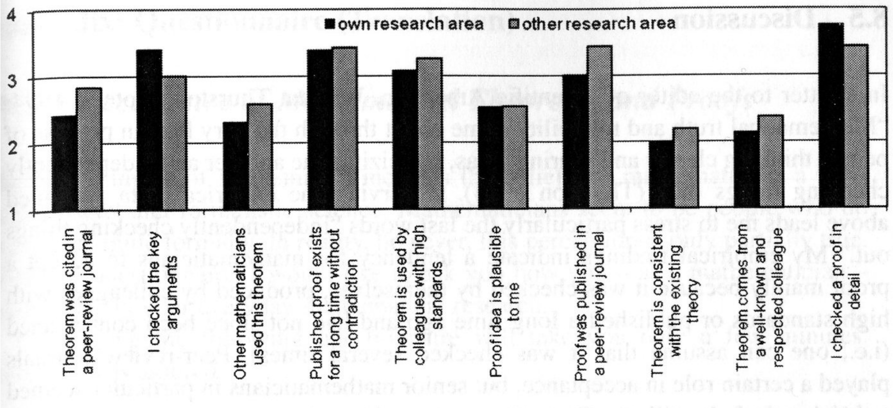


Fig. 8.3 Criteria of mathematicians for the acceptance of new theorems in their own and in other research areas (mean values of the Likert scale)

Gemeinsame Überzeugung?

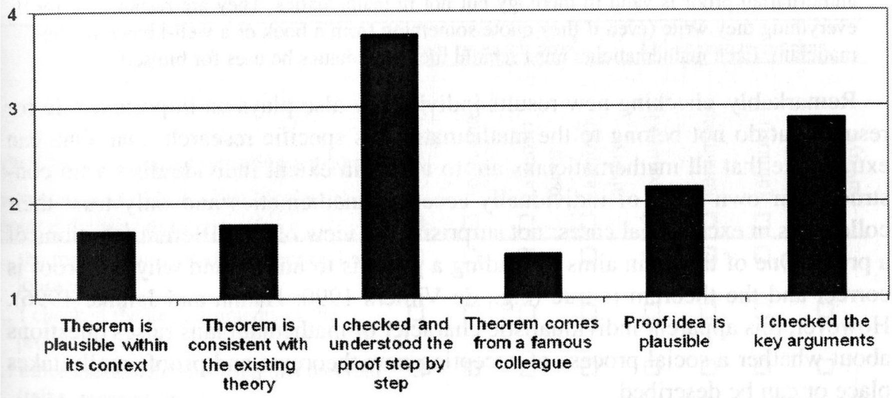


Fig. 8.4 Criteria of mathematicians for the acceptance of new theorems when reviewing a research paper (mean values of the Likert scale)

Gemeinsame Überzeugung?

- Hauptkriterien: Beweis selbst überprüft, ein Mathematiker mit hohen Standards hat den Beweis überprüft oder man kann davon ausgehen, dass schon viele Mathematiker den Beweis überprüft haben
- Doktoren und Doktoranden akzeptieren einen Beweis leichter
- Professoren und Privatdozenten skeptischer bei Artikeln aus Zeitschriften mit Peer-Review
- Nur Schlüsselargumente zu überprüfen ist akzeptabler im eigenen Forschungsbereich.

Gemeinsame Überzeugung?

- Hauptkriterien: Beweis selbst überprüft, ein Mathematiker mit hohen Standards hat den Beweis überprüft oder man kann davon ausgehen, dass schon viele Mathematiker den Beweis überprüft haben
- Doktoren und Doktoranden akzeptieren einen Beweis leichter
- Professoren und Privatdozenten skeptischer bei Artikeln aus Zeitschriften mit Peer-Review
- Nur Schlüsselargumente zu überprüfen ist akzeptabler im eigenen Forschungsbereich.

Gemeinsame Überzeugung?

- Hauptkriterien: Beweis selbst überprüft, ein Mathematiker mit hohen Standards hat den Beweis überprüft oder man kann davon ausgehen, dass schon viele Mathematiker den Beweis überprüft haben
- Doktoren und Doktoranden akzeptieren einen Beweis leichter
- Professoren und Privatdozenten skeptischer bei Artikeln aus Zeitschriften mit Peer-Review
- Nur Schlüsselargumente zu überprüfen ist akzeptabler im eigenen Forschungsbereich.

Gemeinsame Überzeugung?

- Hauptkriterien: Beweis selbst überprüft, ein Mathematiker mit hohen Standards hat den Beweis überprüft oder man kann davon ausgehen, dass schon viele Mathematiker den Beweis überprüft haben
- Doktoren und Doktoranden akzeptieren einen Beweis leichter
- Professoren und Privatdozenten skeptischer bei Artikeln aus Zeitschriften mit Peer-Review
- Nur Schlüsselargumente zu überprüfen ist akzeptabler im eigenen Forschungsbereich.

Experimentelle Mathematik

- Mathematische Experimente mithilfe von Computern, statt Beweisen
- Ziele ist es Intuition und Einsichten zu gewinnen, Vermutungen aufzustellen und zu widerlegen und Ansätze für Beweise zu finden.
- "Journal of Experimental Mathematics" veröffentlicht aus Experimenten hervorgegangene Resultate, Vermutungen auf Basis von Experimenten und Ergebnisse, die solche Vermutungen unterstützen.

Experimentelle Mathematik

- Mathematische Experimente mithilfe von Computern, statt Beweisen
- Ziele ist es Intuition und Einsichten zu gewinnen, Vermutungen aufzustellen und zu widerlegen und Ansätze für Beweise zu finden.
- "Journal of Experimental Mathematics" veröffentlicht aus Experimenten hervorgegangene Resultate, Vermutungen auf Basis von Experimenten und Ergebnisse, die solche Vermutungen unterstützen.

Experimentelle Mathematik

- Mathematische Experimente mithilfe von Computern, statt Beweisen
- Ziele ist es Intuition und Einsichten zu gewinnen, Vermutungen aufzustellen und zu widerlegen und Ansätze für Beweise zu finden.
- "Journal of Experimental Mathematics" veröffentlicht aus Experimenten hervorgegangene Resultate, Vermutungen auf Basis von Experimenten und Ergebnisse, die solche Vermutungen unterstützen.

Ende

- Fragen und Diskussion